



# 2023 VAKWERKBOEK

## Graad 10

$f(x)=x^2$  WISKUNDE

'n Gemeenskaplike inisiatief tussen die Wes-Kaapse Onderwysdepartement en die Universiteit Stellenbosch.



Western Cape  
Government

FOR YOU

Education



Stellenbosch  
UNIVERSITY  
IYUNIVESITHI  
UNIVERSITEIT

## INLEIDING

### Liewe Graad 10-Leerder

In 2023 sal daar 14 regstreekse graad 10-Telematiese sessies wees, 7 sessies in Engels en 7 in Afrikaans.

Hierdie werkboek bevat al die materiaal vir die graad 10-sessies oor Algebra en Funksies.

Stuur 'n e-pos na [school@sun.ac.za](mailto:school@sun.ac.za) met jou naam, van, e-posadres en skoolnaam om te registreer. 'n Gebruikersnaam en wagwoord sal na jou gestuur word. Jy sal dan toegang tot alle voorheen opgeneemde Telematiese sessies en -materiaal oor ander onderwerpe verkry vanaf die webwerf, "Telematic Schools Project", <https://schools.sun.ac.za/>. Toegang tot hierdie opnames is nul-gegradeerd ("zero-rated").

Aan die begin van elke Telematiese les sal die aanbieders 'n opsomming gee van die belangrike konsepte en deur die oefeninge werk. Jy word aangemoedig om voorbereid te wees; bring 'n pen, genoeg papier ('n hardebandskryfboek) en jou eie wetenskaplike sakrekenaar saam.

Neem aan elke les deel deur vrae te stel en die oefeninge te doen. Sms of e-pos jou antwoorde na die ateljee wanneer dit gevra word.

Onthou:

"Sukses val nie in jou skoot nie, dit is die gevolg van gereelde en konstante harde werk."

ALLES VAN DIE BESTE. Mag jy die sukses behaal wat jy verdien!

Session/Sessie	Date/Datum	Time/Tyd	Topic/Onderwerp
1.	01/02/2023	16h00-17h00	Quadratic Trinomial
2.	02/02/2023	16h00-17h00	Kwadratiese Drieterm
3.	06/02/2023	16h00-17h00	Solving Equations Simultaneously
4.	07/02/2023	16h00-17h00	Gelyktydige vergelykings
5.	03/05/2023	15h00-16h00	Trigonometry
6.	04/05/2023	15h00-16h00	Trigonometrie
7.	31/07/2023	16h00-17h00	Trigonometry 2D application
8.	01/08/2023	16h00-17h00	Trigonometrie 2D toepassing
9.	02/08/2023	15h00-16h00	Trigonometry CAST- diagram
10.	03/08/2023	15h00-16h00	Trigonometrie CAST-diagram
11.	06/11/2023	16h00-17h00	Paper 1
12.	07/11/2023	16h00-17h00	Vraestel 1
13.	08/11/2023	16h00-17h00	Paper 2
14.	09/11/2023	16h00-17h00	Vraestel 2

## SESSIE 2 | KWADRATIES DRIETERM



### KLASBESPREKINGS

#### Faktoriseer:

#### Kwadratiese Drieterm

$$+ve \times +ve = +ve$$

$$-ve \times -ve = +ve$$

$$+ve \times -ve = -ve$$

$$-ve \times +ve = -ve$$

#### Produk van tweeterme:

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

### Standaardvorm

$$ax^2 + bx + c$$

### Faktorisering

Faktorisering is die "omgekeerde" bewerking van produkte of uitbreiding.

Die uitbreiding van die produk:  $(mx + p)(nx + q)$

$$\begin{aligned} \text{Gee:} &= mnx^2 + pnx + mqx + pq \\ &= mnx^2 + (pn + mq)x + pq \end{aligned}$$

### Vraag 01

Bepaal die produk van elk van die volgende:

- $(x + 2)(x + 2)$
- $(x - 5)(x - 5)$
- $(x + 7)(x + 5)$
- $(x - 3)(x - 4)$
- $(x + 2)(x - 5)$
- $(x - 3)(x + 7)$

### Vraag 02

Pas die faktore in kolom A by die uitdrukkings in kolom B.

A:

- $(x - 1)^2$
- $(x + 3)(2x + 3)$
- $(2x - 1)(x + 3)$
- $(2x + 1)(x - 3)$

B:

- $2x^2 + 5x - 3$
- $2x^2 - 5x - 3$
- $x^2 - 2x + 1$
- $2x^2 + 9x + 9$

### Vraag 03

Pas die uitdrukkings in kolom C by die faktore in kolom D.

C:

- $x^2 + 16x + 64$
- $3x^2 - 11x + 10$
- $2x^2 - 7x - 4$
- $3x^2 + y - 10$

D:

- $(..+..)(..-..)$
- $(..-..)(..+..)$
- $(..-..)(..-..)$
- $(..+..)(..+..)$

**SESSIE 2 DRIETERM****Vraag 04**

Faktoriseer die volgende:

a)  $x^2 + 9x + 18$

b)  $x^2 - 7x + 10$

c)  $x^2 + 2x - 15$

d)  $x^2 - 7x - 18$

**Antwoord 04**

---

---

---

---

---

---

---

**Vraag 05**

Faktoriseer die volgende:

a)  $2x^2 + 9x + 4$

b)  $6x^2 - 11x + 3$

c)  $3x^2 - 11x + 10$

d)  $10x^2 + 9x + 2$

e)  $2x^2 + 7x - 4$

f)  $6x^2 - 7x - 3$

g)  $3x^2 - x - 10$

h)  $10x^2 + x - 2$

**Antwoord 05**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## SESSIE 2 | KWADRATIESE DRIETERM



### KLASBESPREKINGS

#### OPLOSSING VAN KWADRATIESE VERGELYKING

##### LET OP :

$$a \cdot b = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ of } b = 0$$

##### STAPPE:

1. Skryf die kwadratiese vergelyking in standaardvorm.
2. Faktoriseer
3. Toepassing.

$$a \cdot b = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ of } b = 0$$

##### Neem kennis van die volgende:

1.  $x^2 \geq 0$  vir alle reële waardes
2.  $\frac{x}{0}$  is ongedefinieerd

### Standaardvorm

$$ax^2 + bx + c = 0$$

#### Vraag 01

Los op vir  $x$ :

a)  $(x + 2)(x - 3) = 0$

b)  $x^2 - 5x - 6 = 0$

-----

-----

-----

-----

c)  $(2x - 1)(x + 2) = 25$

-----

-----

-----

-----

d)  $x^2 = -5x$

e)  $x^2 + 4 = 0$

-----

-----

-----

f)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 2$

-----

-----

-----

-----

-----

## SESSIE 4 | Los vergelykings gelyktydig op

Oplossing van gelyktydige vergelykings: Dit word gedoen wanneer twee vergelykings met twee veranderlikes / onbekendes gegee is en die waardes van die onbekendes wat beide vergelykings bevredig, bepaal moet word.

Beskou die volgende twee vergelykings:

$$\begin{aligned}x + y &= 2 \\ x - y &= 4\end{aligned}$$

Daar is 2 metodes om gelyktydige vergelykings algebraïes op te los :

- Substitusie/Vervanging
- Eliminasië

Antwoord:

Metode 1:

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

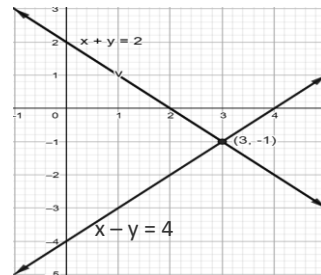
-----

-----

Metode 2:

Ons kan 'n stelsel van gelyktydige vergelykings grafies en algebraïes oplos.

Grafies: Ons stel die twee grafieke grafies voor. Verwys na die gegewe skets. Die 2 vergelykings is grafies die twee reguitlyne. Die punt waar die twee lyne mekaar sny, is die oplossing van die stel vergelykings.



Vraag 01

Los vir  $x$  en  $y$  gelyktydig op:

- $x + 2y = 5$  en  $x - y = \frac{1}{2}$
- $2x - 3y = 6$  en  $6y + 3x = 11$
- $3x - y = 1$  en  $x + 2y = 5$
- $-3x + 4y = 18$  en  $4x + y = -5$
- $y = 2x + 3$  en  $y = -3x - 7$
- $3x - 2y = 0$  en  $3x - 4y = -1$
- $5x - 2y = 6$  en  $3x + 4y = 14$
- $\frac{x+3}{2} + \frac{y-2}{4} = \frac{11}{4}$  en  $\frac{2x-1}{3} + \frac{y+3}{2} = 4$
- $y = -4x + 12$  en  $y = 4x^2 - 8x - 3$
- $\frac{6}{x} - \frac{1}{y} = 4$  en  $\frac{9}{x} + 1 = \frac{-2}{y}$

## SESSIE 4 | Woordprobleme



### KLASBESPREKINGS

#### Oplossing van woordprobleme

Om woordprobleme op te los:

- LEES die vraag drie keer.
- Laat  $x$  een van die onbekendes wees (gewoonlik wat gevra is).
- Skryf nou die ander onbekende in terme van  $x$  (jy kan dit ook  $y$  maak en met gelyktydige vergelykings werk).
- Stel vergelykings oor die inligting op.
- Los op vir  $x$  (en  $y$ ).
- Besluit oor die geldigheid van die antwoorde.

#### Sleutelwoorde:

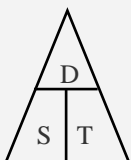
**Optelling:** som, bygevoeg, bygetel, vermeerder, toegeneem, meer as, (te)saam, ens.

**Aftrekking:** verskil, afgetrek, verminder met, afgeneem, minder as, neem weg, ens.

**Vermenigvuldiging:** vermenigvuldig met, maal, twee keer, driemaal, dubbel, produk, ens.

**Deling:** verdeel, kwosiënt, deel onder, ens.

**Gelyk:** is, gee, tesaam, gelyk, in totaal, word, ens.



$$\text{Afstand} = \text{spoed} \times \text{tyd}$$

### Vraag 02

a) Die som van 2 opeenvolgende getalle is 89. Wat is hierdie getalle?

-----

-----

-----

-----

b) 'n Pa en sy seun is saam 36 jaar oud. Oor 7 jaar sal die vader 4 keer die ouderdom van sy seun wees. Wat is hulle ouderdomme nou?

-----

-----

-----

-----

c) 'n Boer het skape en beeste vir 'n bedrag van R53 800 gekoop. Die prys van die skape was R250 stuk en die beeste was R730 stuk. As hy 100 diere gekoop het, hoeveel van elke soort het hy gekoop?

-----

-----

-----

-----

d) 'n Reghoek is 5 m langer as wat dit breed is. As die omtrek van die reghoek 30 m is, bereken die lengte en breedte.

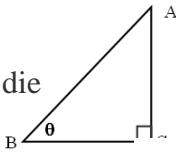
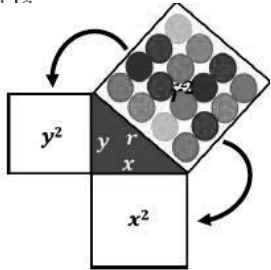
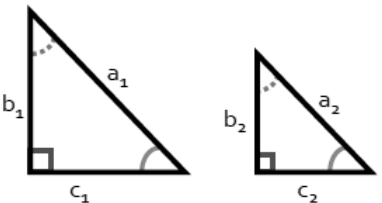
e) Siya stap teen 4 km/h na die saal en hardloop teen 9 km/h terug huis toe. As dit 4 uur en 20 minute geneem het na die saal en terug te beweeg, hoe ver was sy huis van die saal af?

d) Twee hardlopers vertrek om 08:00 en hardloop in teenoorgestelde rigtings. Ann hardloop teen 12 km/h en Sandra teen 8 km/h. Hoe laat sal hulle 90 km van mekaar wees?

e) 'n Vliegtuig neem 4 uur minder tyd om 'n afstand van 240 km af te lê as 'n motor wat teen 'n vyfde van die spoed van die vliegtuig ry. Bereken die spoed van die motor.

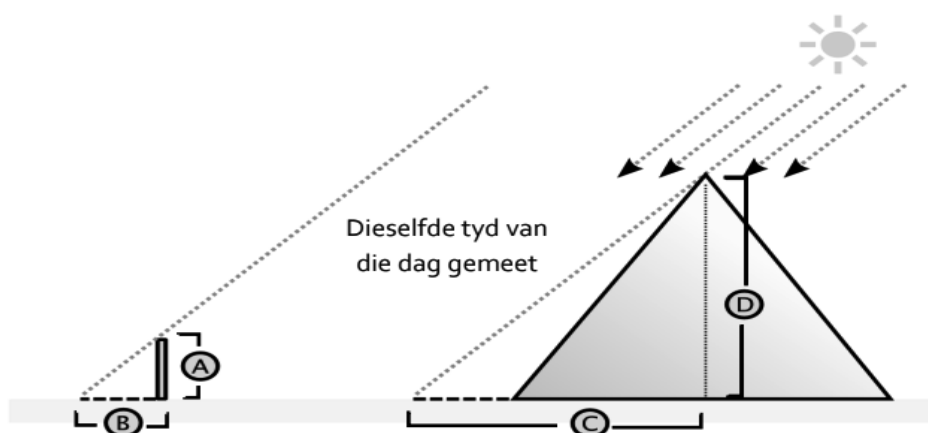
f) Siphon en Jenny is saam 34 jaar oud. Siphon sal oor 25 jaar 4 keer so oud wees as wat Jenny 9 jaar gelede was. Wat is Jenny se ouderdom?

## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE

Word	Verduideliking
<b>Trigonometrie</b>	Trigonometrie is 'n veld van Wiskunde wat die verband tussen hoeke en sylengtes van 'n driehoek bestudeer. Die woord 'trigonometrie' kom van die Griekse woord trigonon, wat driehoek is en metron, wat maat beteken. Griekse letters word dikwels gebruik om die grootte van hoeke voor te stel
<b>Reghoekige driehoek</b>	Dit is 'n reghoekige driehoek. Een van die hoeke is 'n hoek van $90^\circ$ (regte hoek). 
<b>Pythagoras</b>	In die gegewe reghoekige driehoek, tussen sye $x$ en $y$ is die hoek $90^\circ$ . Daarom is: $x^2 + y^2 = r^2$ 
<b>Gelykvormige driehoeke</b>	Dit is driehoeke waar die ooreenkomstige hoeke gelyk is, dan is die sylengtes eweredig. 

Hierdie konsep van gelykvormige driehoeke was deur Thales van Miletus gebruik om die hoogte van die groot Piramide van Egipte te meet.

Sylengtes A en B vorm 'n gelykvormige driehoek met sylengte C en D.  
Daarom is sylengte B eweredig aan C en sylengte A is eweredig aan D.



$$\frac{A}{B} = \frac{D}{C} \Rightarrow \text{Konstante waarde}$$

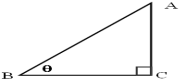
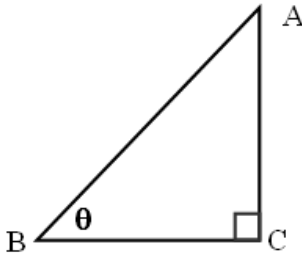
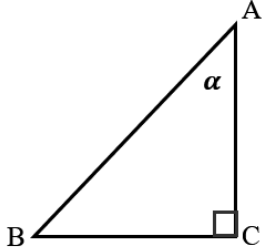
$$\therefore D = C \times \left(\frac{A}{B}\right)$$

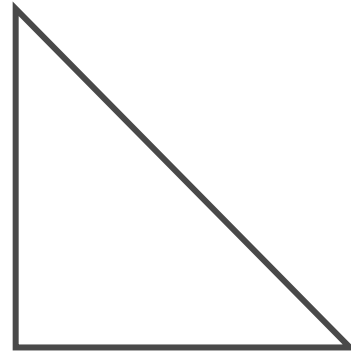
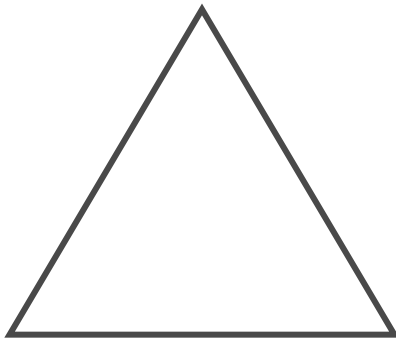
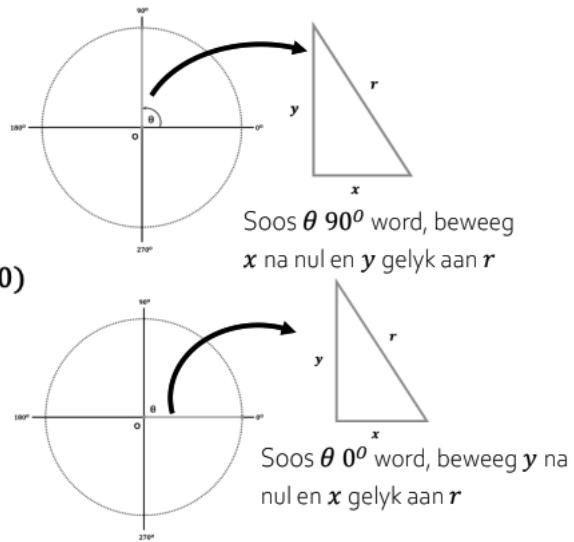
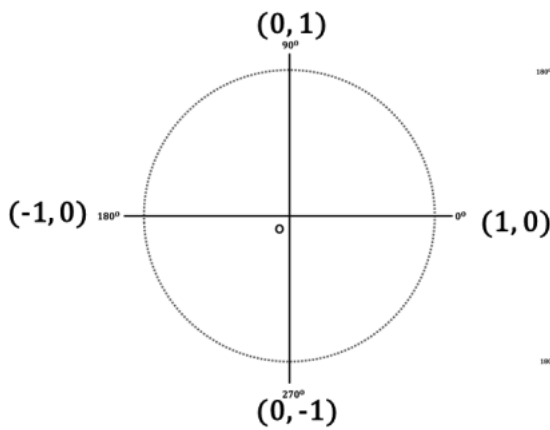
- A is die lengte van 'n paal
- C is die lengte van die piramide se skaduwee, plus die helfte van die lengte van die piramide se basis
- B is die lengte van die paal se skaduwee
- D is die hoogte van die piramide



## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE



Konsep	Verduideliking
<b>Skuinssy</b>	Die skuinssy is die langste sy van 'n reghoekige driehoek. 
<b>Aangrensende sy</b>	Die aangrensende sy, is 'n sy in 'n gegewe reghoekige driehoek van 'n nie 90° hoek. Die hoek word gevorm deur die skuinssy en die aangrensende sy.  
<b>Teenoorstaande sy</b>	Die teenoorstaande sy is die sy wat teenoor 'n bepaalde hoek is. Dit is die 3de sy van die driehoek nadat die aangrensende sy en skuinssy geïdentifiseer is.
<b>Sinus</b>	$\sin \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{skuinssy}}$
<b>Kosinus</b>	$\cos \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{skuinssy}}$
<b>Tangens</b>	$\tan \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{aangrensend aan } \theta}$
<b>Resiprook</b>	Die resiprook van 2 is $\frac{1}{2}$ . Die resiprook van $x$ , is $\frac{1}{x}$ . Die resiprook van $\frac{3}{4}$ is $\frac{4}{3}$ . Die produk van 'n getal en sy resiprook is 1.
<b>Kosekans</b>	$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$
<b>Sekans</b>	$\sec \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{aangrensend aan } \theta}$
<b>Kotangens</b>	$\cot \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$

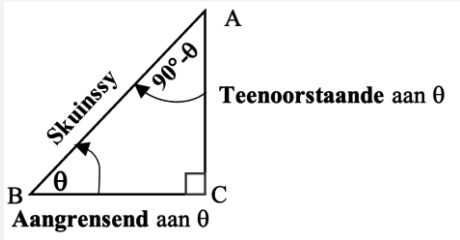
**SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE**
**Spesiale Hoek: 60°; 30° en 45°**

**Cartesiese Vlak (0°, 90°, 180°, 360°)**


	Bereken die volgende met behulp van 'n sakrekenaar:	Bereken die volgende met behulp van spesiale driehoeke:
1.	$\sin 60^\circ =$ $\cos 60^\circ =$ $\tan 60^\circ =$	$\sin 60^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\cos 60^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\tan 60^\circ = \text{---} = \text{---} =$
2.	$\sin 30^\circ =$ $\cos 30^\circ =$ $\tan 30^\circ =$	$\sin 30^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\cos 30^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\tan 30^\circ = \text{---} = \text{---}$

## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE



## KLASBESPREKINGS

 Spesiale Hoeke:  $60^\circ$ ;  $30^\circ$  en  $45^\circ$ 


$$\sin \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

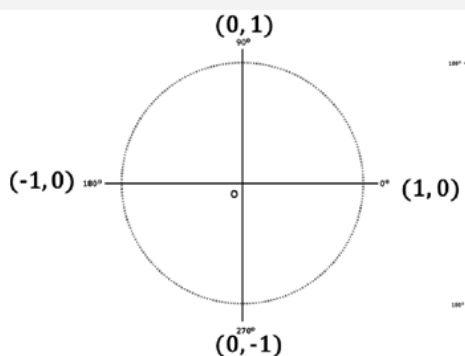
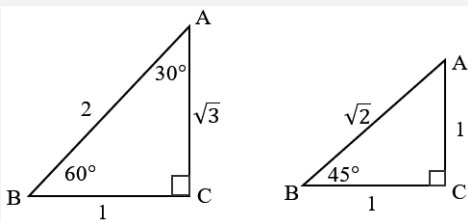
$$\cos \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{aangrensend aan } \theta}$$

$$\text{cosec } \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{aangrensend aan } \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$$



## Spesiale Hoeke

	Bereken die volgende met behulp van 'n sakrekenaar	Bereken die volgende sonder 'n sakrekenaar:
3.	$\sin 45^\circ =$ $\cos 45^\circ =$ $\tan 45^\circ =$	$\sin 45^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\cos 45^\circ = \text{---} = \text{---}$ $\tan 45^\circ = \text{---} = \text{---} =$
4.	$\tan 30^\circ \times \cot 30^\circ$	$\tan 30^\circ \times \cot 30^\circ$
5.	$\tan^2 30^\circ$	$\tan^2 30^\circ$

## Oefening:

Evalueer die volgende sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

6.  $\tan 30^\circ \times \cot 30^\circ$

7.  $\tan^2 30^\circ$

8.  $2 \sin 60^\circ$

9.  $\cos 0^\circ - 2 \tan 45^\circ$

7.  $\cos 0^\circ + \cos^2 45^\circ$

8.  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$

9.  $\cos 30^\circ \tan 60^\circ$

10.  $\frac{\sin 30^\circ}{\tan 30^\circ}$

11.  $\cos 30^\circ \tan 60^\circ + \text{cosec}^2 45^\circ \sin^2 60^\circ$

12.  $\frac{\tan 45^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\cos 30^\circ}$

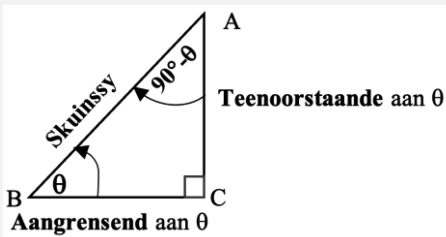
13.  $\frac{\sin 60^\circ \tan 30^\circ}{\sec 45^\circ}$

## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE



## KLASBESPREKINGS

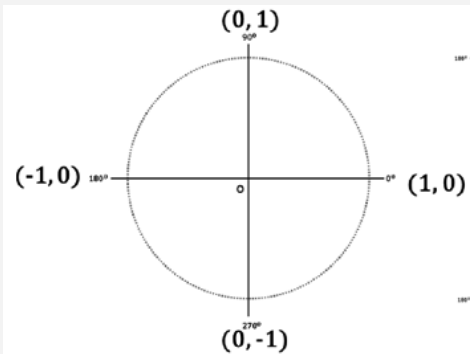
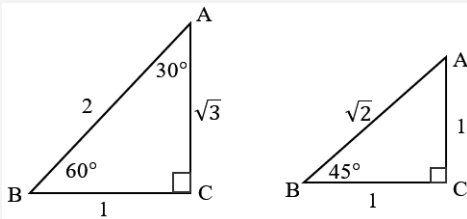
Hoe om die hoek te bepaal as trigonometriese verhouding gegee word



$$\sin \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{aangrensend aan } \theta}$$



## Spesiale Hoeke

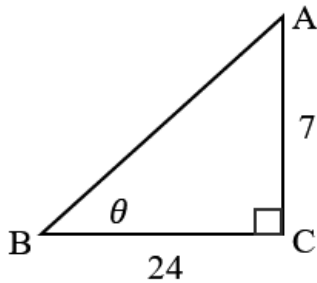
	Bereken $\theta$ met behulp van 'n sakrekenaar:	Bereken $\theta$ sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:
1.	$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2.	$\cos \theta = \frac{1}{2}$	$\cos \theta = \frac{1}{2}$
3.	$\tan \theta = \sqrt{3}$	$\tan \theta = \sqrt{3}$
4.	$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
5.	$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
6.	$\tan \theta = 1$	$\tan \theta = 1$
7.	$\sin \theta = 0$	$\sin \theta = 0$
8.	$\sin \theta = 1$	$\sin \theta = 1$

**SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE**

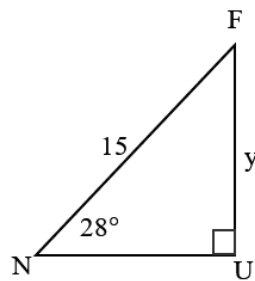
Hoe om een van die onbekende hoeke of sye van 'n reghoekige driehoek te bepaal.

Bepaal  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ ,  $x$ ,  $q$  en  $y$  in elk van die volgende sketse.

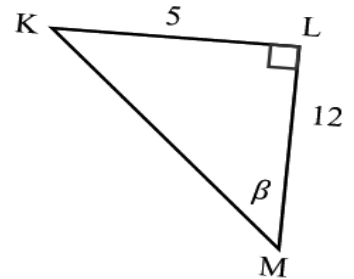
1.



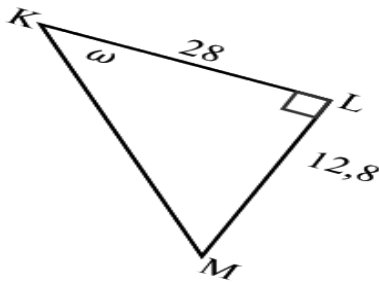
2.



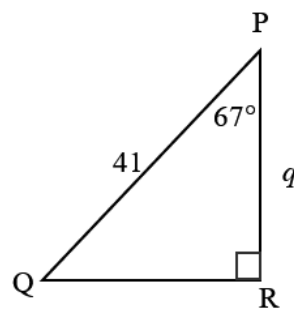
3.



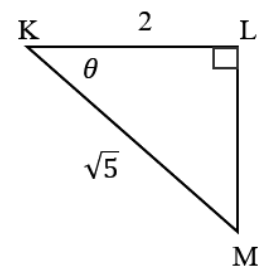
4.



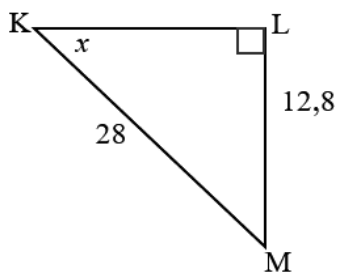
5.



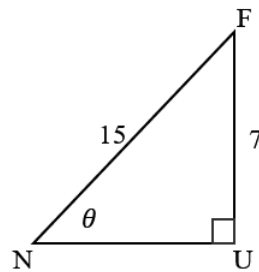
6.



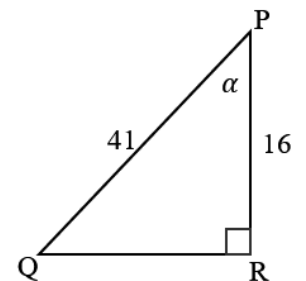
7.



8.



9.

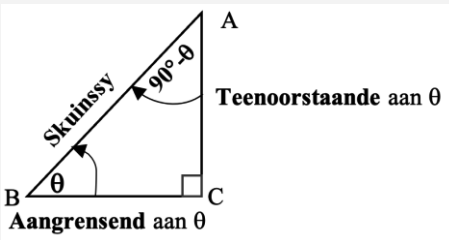


## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE



### KLASBESPREKINGS

#### TRIGONOMETRIE: Verhoudings



$$\sin \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{skuinssy}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{aangrensend aan } \theta}$$

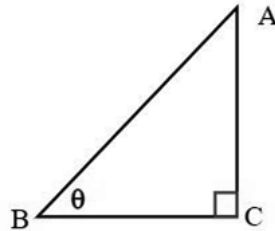
$$\text{cosec } \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{skuinssy}}{\text{aangrensend aan } \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$$

### Vraag 01

Gebruik die gegewe skets en skryf die trigonometriese verhoudings vir  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  en  $\tan \theta$ .



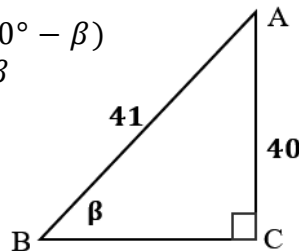
### Antwoord 01

-----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----

### Vraag 02

Gebruik  $\triangle ABC$  hieronder om die waardes van die volgende te bepaal:

- 1) BC
- 2)  $\tan \beta$
- 3)  $\cos \beta$
- 4)  $\sin(90^\circ - \beta)$
- 5)  $\cos^2 \beta$



### Antwoord 02

-----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----

### Vraag 03

A. Bereken die waarde van elk van die volgende:

- 1)  $\cos 35^\circ$
- 2)  $\sin 68^\circ$
- 3)  $5 \cos 60^\circ$
- 4)  $\sin(35^\circ + 75^\circ)$

B. As  $A = 23,8^\circ$  en  $B = 18,1^\circ$

Bereken:

- 1)  $\sin(A + B)$
- 2)  $\tan 2B$
- 3)  $\cos^2(2A - 10^\circ)$

### Antwoord 03

-----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----

## SESSIE 6 | TRIGONOMETRIE



## KLASBESPREKINGS

## Sakrekenaar werk

## Oplos van driehoeke

## Vraag 04

Los op vir  $x$ , korrek tot een desimale plek, in elk van die volgende waar  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ :

- a)  $5 \cos x = 3$
- b)  $5 \cos 2x = 3$
- c)  $5 \cos(x + 10^\circ) = 3$
- d)  $\frac{5 \cos x}{2} = 3$

## Antwoord 04

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

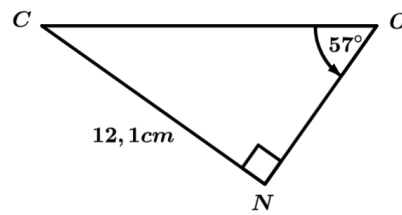
-----

-----

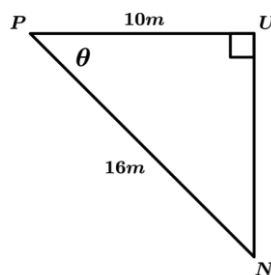
-----

## Vraag 05

Bereken die lengte van ON.



Bereken die grootte van  $\theta$ .



## Antwoord 05

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

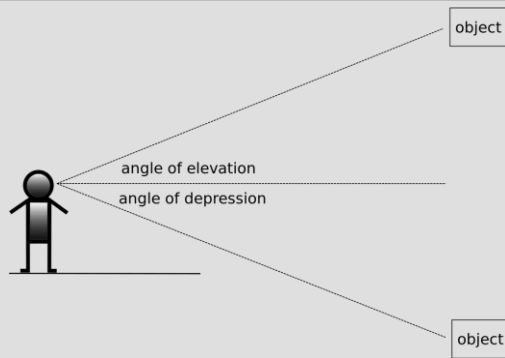
-----

-----

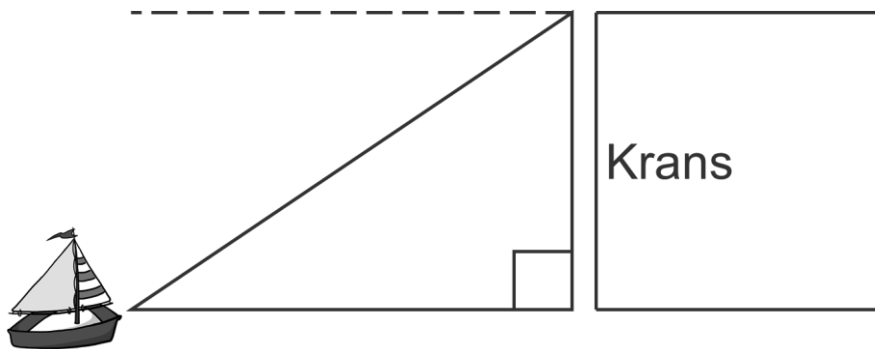
-----

-----

**SESSIE 8 | TRIGONOMETRIE OPLOS VAN DRIEHOEKE IN TWEE DIMENSIES**
**Konsep**
**Verduideliking**

 Hoogtehoek  
Dieptehoek

**Vraag 01**

Die dieptehoek vanaf die bokant van 'n krans is  $55^\circ$ . Die boot is 70 m van die voet van die krans af.



- Wat is die hoogtehoek vanaf die bokant van die krans?
- Bereken die hoogte van die krans.

**Antwoord 01**


---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## SESSIE 8 | TRIGONOMETRIE OPLOS VAN DRIEHOEKE IN TWEE DIMENSIES



### KLASBESPREKINGS

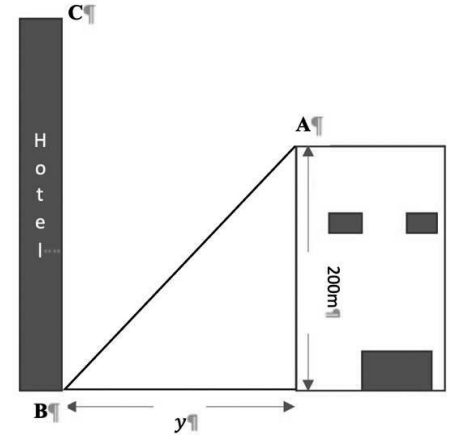
Hoogtehoek en Dieptehoek

#### Stappe:

1. Lees die vraag deeglik.
2. Dui alle gegewe inligting op die skets aan.
3. Voeg geïmpliseerde inligting by.
4. Bepaal inligting wat benodig word om die onbekende te bepaal.
5. Identifiseer die trigonometriese verhouding om te gebruik.

### Vraag 01

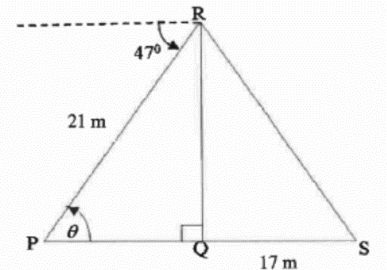
Die dieptehoek is  $57^\circ$  vanaf punt A, die bokant van 'n 200 m hoë gebou na die basis van 'n hotel, B. Bepaal die afstand tussen die gebou en die hotel.



### Vraag 02

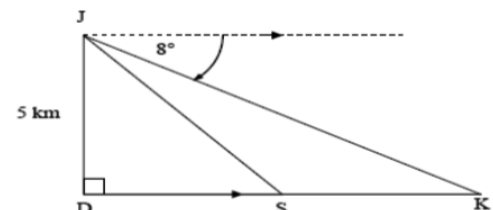
RQ is 'n vertikale paal. Die voet van die paal, Q, is op dieselfde horisontale vlak as P en S. Die paal is met draadkabels RS en RP geanker. Die dieptehoek vanaf die boonste punt van die paal tot by punt P is  $47^\circ$ . PR is 21m en QS is 17m.  $\widehat{P}RQ = \theta$

- a) Skryf die grootte van  $\theta$  neer.
- b) Bereken die lengte van RQ.
- c) Bereken vervolgens die grootte van  $\hat{S}$ .
- d) As P, Q en S in 'n reguitlyn lê, hoe ver is die ankers van die draadkabels uitmekaar?



### Vraag 03

'n Vliegtuig by J vlieg op 'n hoogte van 5 kilometer direk oor 'n punt D op die grond. Die vliegtuig is oppad om by punt K te land. Die dieptehoek van J na K is  $8^\circ$ . S is 'n punt langs die pad van D na K.



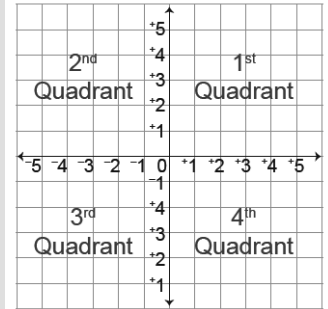
- a) Skryf die grootte van  $\widehat{JKD}$  neer.
- b) Bereken die afstand DK, korrek tot die naaste meter.
- c) Indien die afstand SK, 8 kilometer is, bepaal die afstand van DS.
- d) Bereken die hoogtehoek van punt S na J, korrek tot EEN desimale plek.

**SESSIE 10 | - TRIGONOMETRIE CARTESIESTE VLAK ( $0^\circ; 360^\circ$ )**
**Konsep**
**Verduideliking**

Kwadrante

Wanneer 'n Cartesiese vlak met 'n  $x$ -as en  $y$ -as getrek word, dan word vier gebiede gevorm. Elkeen van die vier gebiede is 'n kwadrant.

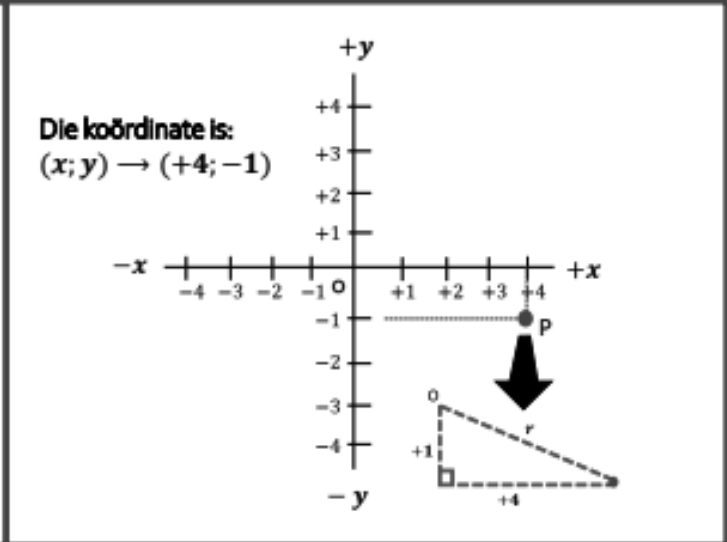
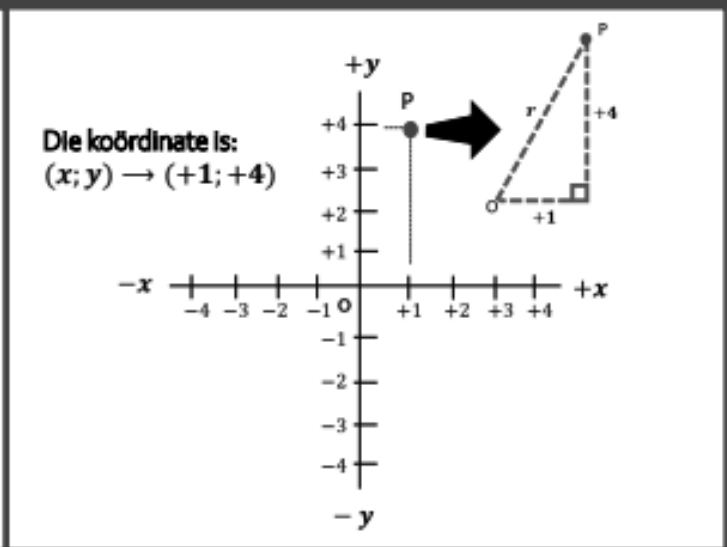
- Die Cartesiese vlak is verdeel in 4 kwadrante.
- Ons meet hoeke op 'n anti-kloksgewyse manier, begin met  $0^\circ$  op die positiewe horisontale-as.


**Cartesiese Vlak**

Met behulp van reghoekige driehoeke kon ons die trigonometriese verhoudings definieer. Hierdie trigonometriese verhoudings kan verleng word na enige hoek binne 'n Cartesiese vlak deur 'n reghoekige driehoek vir 'n gegewe punt te vorm. Dit stel ons in staat om met hoeke buite  $90^\circ$  te werk, buite die meetkundige (regte hoek) definisie.

**Cartesiese posisies**

Wat is die posisie van die vlieër teenoor die persoon?



## SESSIE 10: TRIGONOMETRIE CARTESIESTE VLAK ( $0^\circ; 360^\circ$ )

### Hoeke in die Cartesiese Vlak

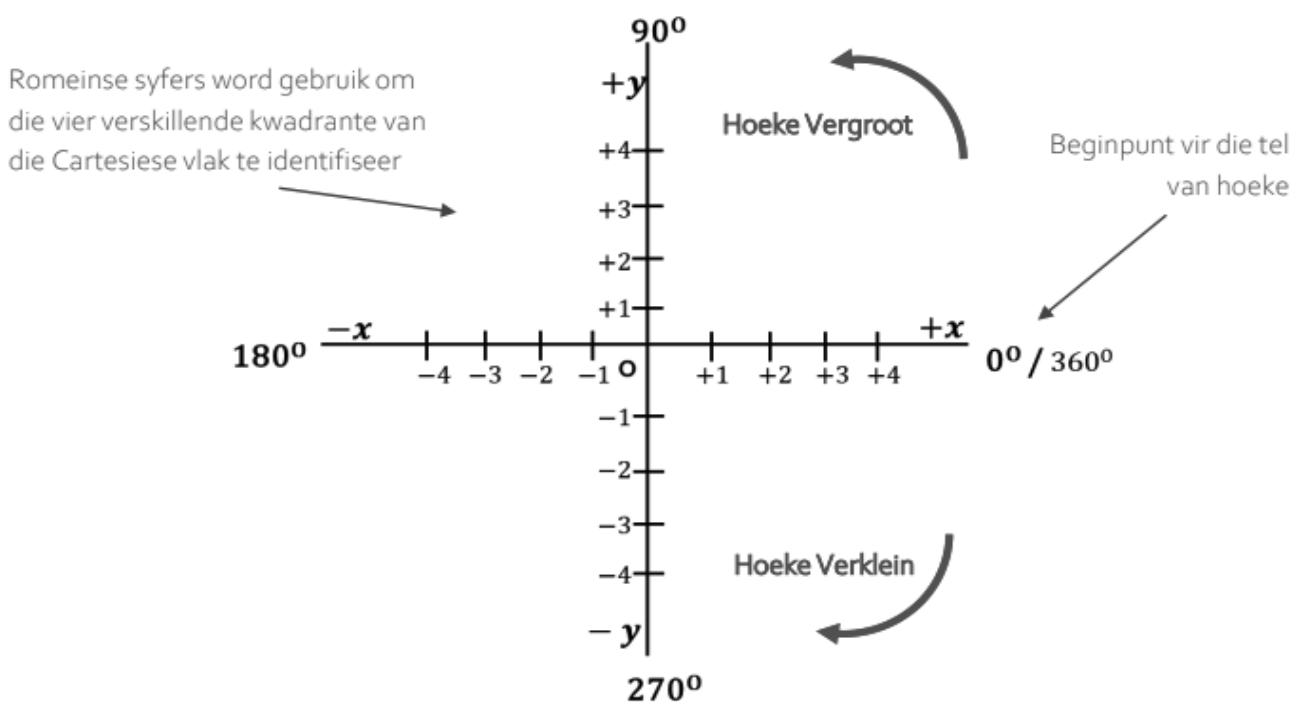
As jy  $360^\circ$  kloksgewys of antikloksgewys beweeg in 'n Cartesiese vlak sal jy 'n volle sirkel voltooi.

Begin aan die regterkant van die  $x$ -as, die hoeke neem toe as jy antikloksgewys beweeg vanaf  $0^\circ$ . 'n Volledige  $360^\circ$ -rotasie bring jou terug na dieselfde beginpunt, in hierdie geval  $0^\circ$ .

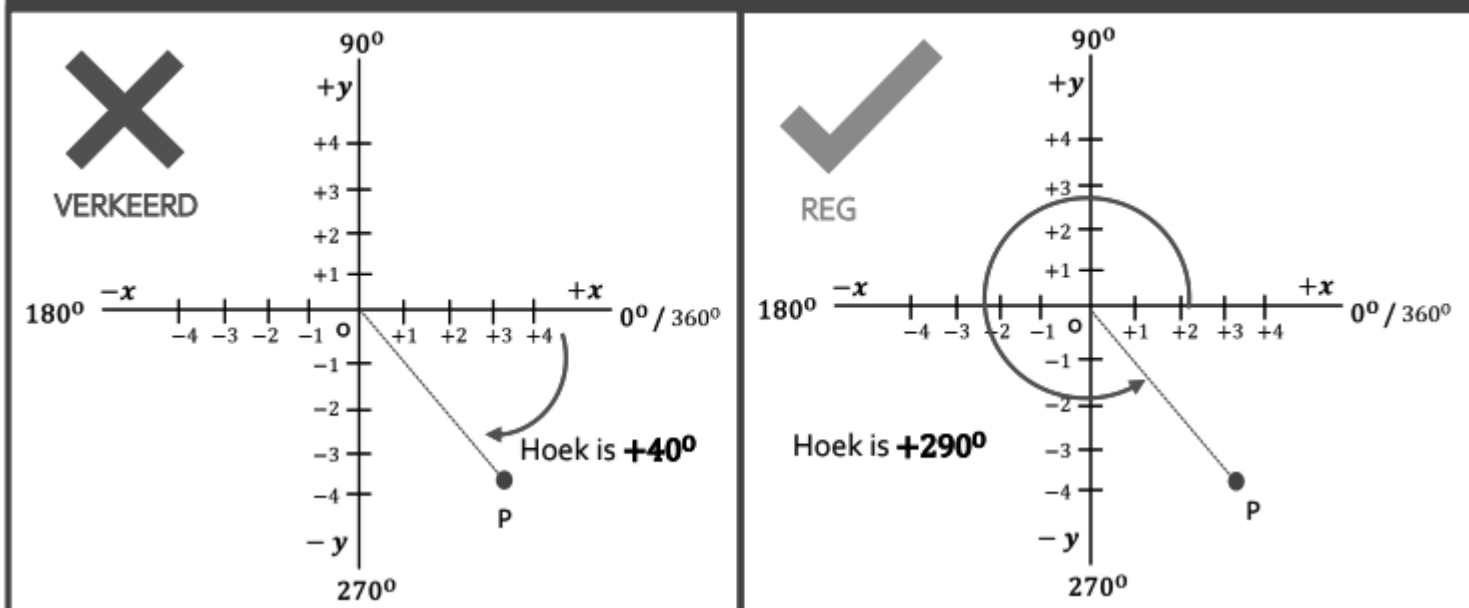
**Dit is NIE 'n horlosie nie!**

Hoeke VERGROOT in die ANTIKLOKSGEWYSE RIGTING

Hoeke VERKLEIN in die KLOKSGEWYSE RIGTING



### Hoe om die hoek van punt P op 'n Cartesiese vlak te lees

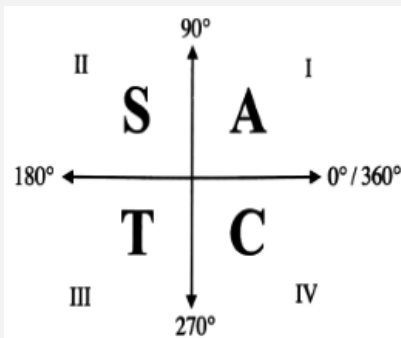


## SESSIE 10 | TRIGONOMETRIE CARTESIENE VLAK



## KLASBESPREKINGS

## CAST-Diagram



## Vraag 01

In watter kwadrant is elk van die volgende hoeke?

- 1)  $39^\circ$
- 2)  $132^\circ$
- 3)  $346^\circ$
- 4)  $101^\circ$
- 5)  $271^\circ$
- 6)  $89^\circ$

## Antwoord 01

-----

-----

-----

-----

-----

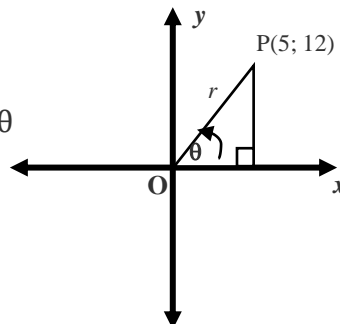
-----

-----

## Vraag 02

Gebruik die diagram en bepaal die waarde van:

- (a)  $r$
- (b)  $\sin \theta$
- (c)  $\tan^2 \theta$



## Antwoord 02

-----

-----

-----

-----

-----

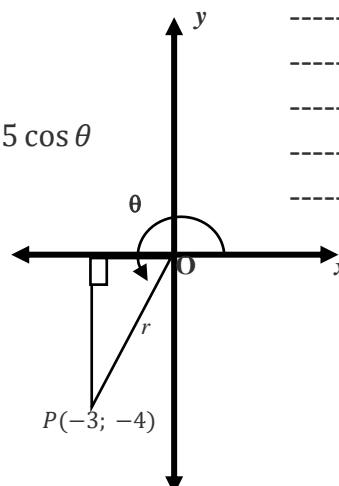
-----

-----

## Vraag 03

Gebruik die diagram en bepaal die waarde van:

- a)  $r$
- b)  $25\sin^2 \theta - 5 \cos \theta$



## Antwoord 03

-----

-----

-----

-----

-----

## SESSIE 10 | TRIGONOMETRIE CARTESIËSE VLAK



### KLASBESPREKINGS

#### CAST-Diagram

#### Stappe:

1. Skryf in mees vereenvoudige vorm:  
*trig verhouding (hoek) = getal*
2. Bepaal die kwadrant
3. Teken 'n skets
4. Bepaal die derde sy van driehoek.
5. Antwoord die vrae

### Vraag 04

As  $5\sin\theta - 4 = 0$  en  $\theta \in [90^\circ; 270^\circ]$ , bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van  $\cos^2\theta$ .

### Antwoord 04

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vraag 05

As  $41\cos\theta + 9 = 0$  en  $180^\circ < \theta < 360^\circ$ , bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar die waarde van:

$$9\tan\theta + 41\sin\theta$$

### Antwoord 05

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vraag 06

Gegee dat  $4\cot\theta + 3 = 0$  en  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ .

Gebruik 'n skets en bepaal die waarde van:

- a)  $\cos\theta$
- b)  $\frac{3\sin\theta\sec\theta}{\tan\theta}$

### Antwoord 06

## SESSIE 10 | TRIGONOMETRIE (CAST-Diagram)

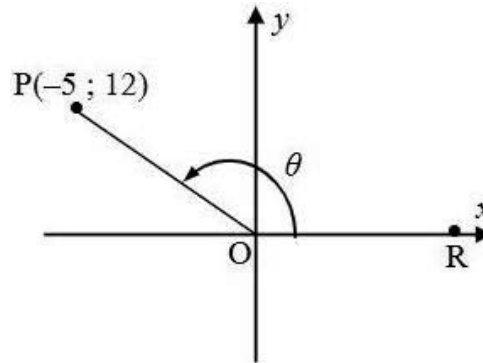


### WERKBLAD

### CAST-Diagram

#### Vraag 01

In die diagram is  $P(-5; 12)$  'n punt in die Cartesiese vlak en  $R\hat{O}P = \theta$

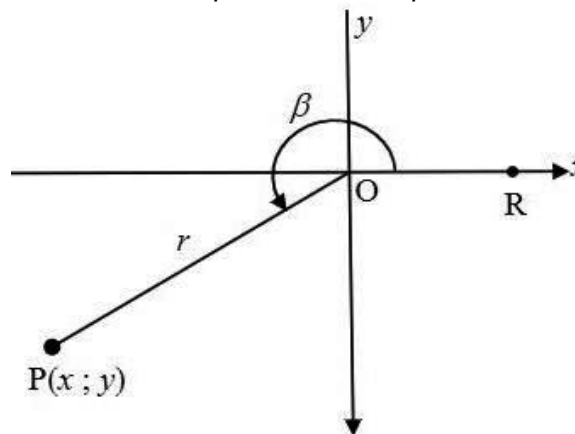


Bepaal die waarde van:

- 1)  $\cos \theta$
- 2)  $\operatorname{cosec}^2 \theta + 1$

#### Vraag 02

In die diagram hieronder is  $P(x; y)$  'n punt in die derde kwadrant.  $R\hat{O}P = \beta$  en  $17 \cos \beta + 15 = 0$ .



- 1) Skryf die waardes van  $x$ ,  $y$  en  $r$  neer.
- 2) Sonder 'n sakrekenaar, bepaal die waarde van:
  - a)  $\sin \beta$
  - b)  $\cos^2 30^\circ \cdot \tan \beta$
- 3) Bepaal die grootte van  $R\hat{O}P$  korrek tot TWEE desimale plekke.

# SESSIE 12: VRAESTEL 1

Wiskunde/V1

2  
KABV – Graad 10

DBE/November 2018

## INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit AGT vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
6. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
9. Skryf netjies en leesbaar.

## SESSIE 12: VRAESTEL 1

### VRAAG 1

1.1 Faktoriseer die volgende uitdrukkings volledig:

1.1.1  $4x - x^3$  (2)

1.1.2  $x^2 + 15x - 54$  (2)

1.1.3  $y - xy + x - 1$  (3)

1.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukkings volledig:

1.2.1  $(x+2)(x^2 - x + 3)$  (2)

1.2.2  $\frac{5}{x+3} - \frac{3}{2-x}$  (3)

1.2.3  $\frac{25^{-x} \cdot 15^{x+1}}{3^x \cdot 5^{-x}}$  (3)

1.3 Bepaal die waarde van  $(3p+q)^2$  indien  $9p^2 + q^2 = 12$  en  $pq = -3$ . (3)  
[18]

### VRAAG 2

2.1 Los op vir  $x$ :

2.1.1  $px + qx = a$  (2)

2.1.2  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  (3)

2.1.3  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+1} = 32$  (3)

2.2 Gegee:  $-11 \leq 3m - 8 < 4$

2.2.1 Los op vir  $m$ . (2)

2.2.2 Skryf vervolgens die getal heelgetalle neer wat die ongelykheid bevredig. (1)

2.3 Los gelyktydig vir  $x$  en  $y$  op indien:

$5x + 4y = 21$  en  $2x = 3 - y$  (4)  
[15]



## SESSIE 12: VRAESTEL 1

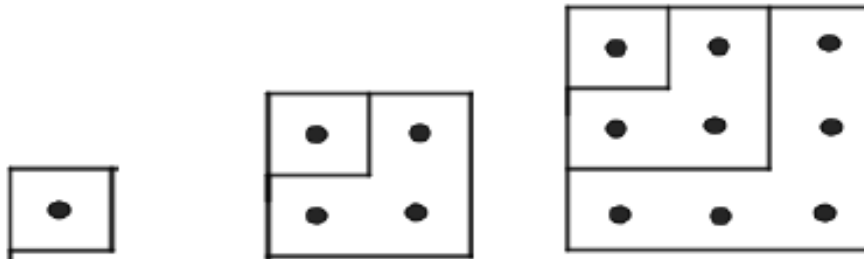
### VRAAG 3

Beskou die eindige lineêre ry: 20 ; 17 ; 14 ; ... ; -103

- 3.1 Skryf die 4<sup>de</sup> term van die patroon neer. (1)
- 3.2 Bepaal die uitdrukking vir die  $n^{\text{de}}$  term. (2)
- 3.3 Bereken die getal terme in die ry. (2)
- 3.4 Watter term is die eerste om 'n negatiewe waarde te hê? (3)
- 3.5 Wat is die waarde van die 19<sup>de</sup> gelykwaardige term in die ry? (2)
- [10]**

### VRAAG 4

Samantha ondersoek 'n patroon met kolletjies, wat in die diagram hieronder voorgestel word.



Patroonnommer:	1	2	3
Getal kolletjies:	$1^2 = 1$	$1 + 3 = 2^2 = 4$	$1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$

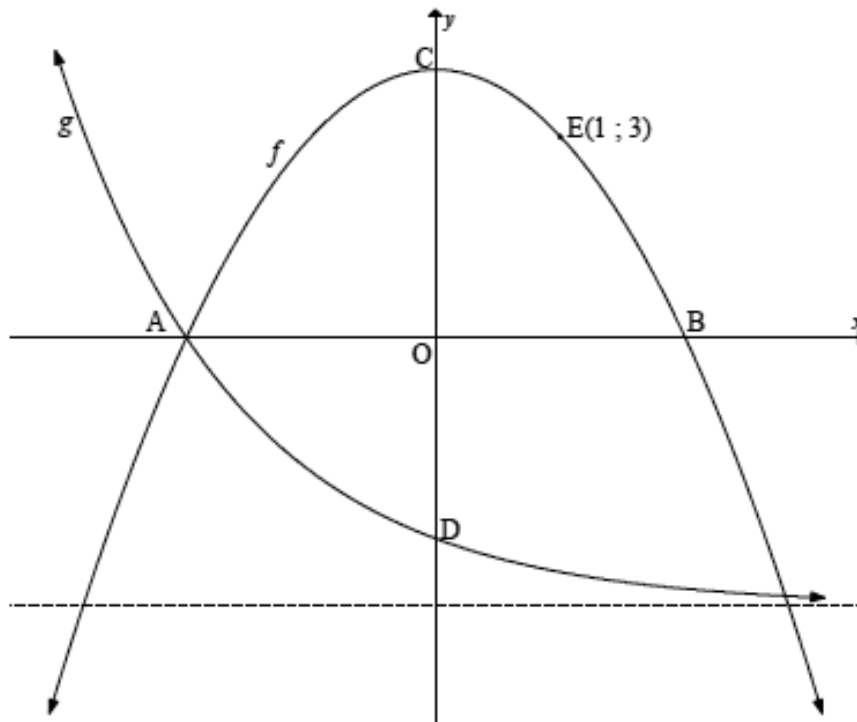
- 4.1 Skryf neer:
- 4.1.1 Die getal kolletjies in die 4<sup>de</sup> patroon (1)
- 4.1.2 Die getal kolletjies in die 13<sup>de</sup> patroon (1)
- 4.1.3 'n Formule vir die getal kolletjies in die  $n^{\text{de}}$  patroon (1)
- 4.2 Bereken vervolgens of andersins die waarde van:
- $$1 + 3 + 5 + \dots + 43$$
- (3)**  
**[6]**

## SESSIE 12: VRAESTEL 1

Die grafieke van  $f(x) = ax^2 + q$  en  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4$  is hieronder geteken.

A en B is die  $x$ -afsnitte van  $f$ . Die grafieke sny by A en punt E (1 ; 3) lê op  $f$ .

C is die draaipunt van  $f$  en D is die  $y$ -afsnit van  $g$ .



- 5.1 Skryf neer die:
- 5.1.1 Koördinate van D (2)
- 5.1.2 Waardeversameling van  $g$  (1)
- 5.2 Bereken die:
- 5.2.1 Koördinate van A (2)
- 5.2.2 Waardes van  $a$  en  $q$  (4)
- 5.3 Bepaal die:
- 5.3.1 Lengte van CD (2)
- 5.3.2 Vergelyking van 'n reguitlyn deur A en D (3)
- 5.4 Vir watter waardes van  $x$  is:
- 5.4.1  $f(x) > 0$ ? (2)
- 5.4.2  $f$  dalend? (1)

[17]

## SESSIE 12: VRAESTEL 1

### VRAAG 6

Die vergelyking van die funksie  $g(x) = \frac{a}{x} + q$  gaan deur die punt  $(3; 2)$  en het 'n variasiewydte van  $y \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty)$ .

- 6.1 Bepaal die:
- 6.1.1 Vergelyking van  $g$  (3)
- 6.1.2 Vergelyking van  $h$ , die simmetrie-as van  $g$  wat 'n positiewe gradiënt het (2)
- 6.2 Skets die grafieke van  $g$  en  $h$  op dieselfde assestelsel. Toon duidelik AL die asimptote en afsnitte met asse. (4)
- 6.3 Skryf die vergelykings van die asimptote van  $f$  indien  $f(x) = -g(x) + 5$ . (3)
- [12]

### VRAAG 7

Lees die advertensie hieronder.

**Koop 'n Samsung J5 vir slegs  
R229 per maand.**

**Jy het 24 maande om te betaal.  
Geen deposito is nodig nie.**

- 7.1 Bereken die totale bedrag wat oor 'n tydperk van 24 maande betaal moet word. (1)
- 7.2 Die maandelikse paaierement wat in die advertensie gekwoteer word, word op 'n huurkoop-ooreenkoms bereken wat rente van 7,5% p.j. op die kontantprys van die selfoon hef. Toon dat die selfoon se prys R4 779,13 is. (2)
- 7.3 Bereken die totale rente wat oor 'n tydperk van 24 maande betaal word indien die selfoon met hierdie huurkoop-ooreenkoms gekoop word. (1)
- 7.4 Die selfoon word teen 11,5% p.j. van die kontantprys verseker. Die totale versekering word bereken en dan oor 24 maande gedeel. Daarna word dit by die maandelikse paaierement gevoeg. Bereken die nuwe maandelikse paaierement indien die klant die selfoon wil verseker. (3)
- 7.5 Die koste van die selfoon is onderhewig aan inflasie en neem na 2 jaar tot 'n kontantprys van R5 100,00 toe. Bereken die jaarlikse inflasiekoers. (4)
- [11]

## SESSIE 12: VRAESTEL 1

## VRAAG 8

8.1 A en B is twee verskillende gebeure in 'n willekeurige fisiesewetenskap-eksperiment. Daar is gevind dat:

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B') = \frac{3}{8} \text{ en } P(A \text{ of } B) = \frac{5}{7}$$

8.1.1 Bereken:

(a)  $P(B)$  (2)

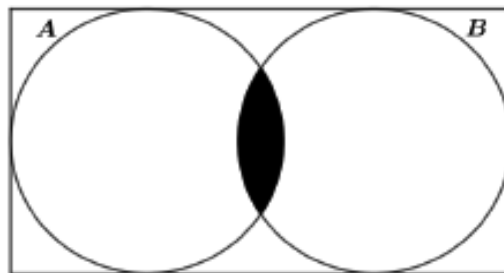
(b)  $P(A \text{ en } B)$  (3)

8.1.2 Bepaal vervolgens of gebeure A en B onderling uitsluitend is. Motiveer jou antwoord. (2)

8.2 Die Venn-diagramme hieronder verteenwoordig verskillende scenario's van gebeure A en B.

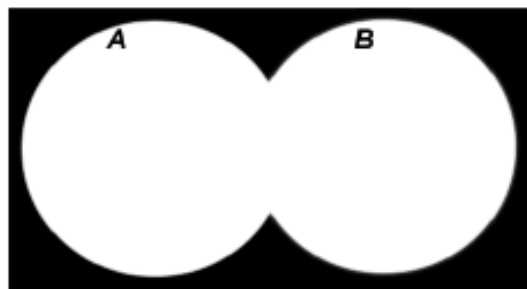
Skryf die waarskynlikheid van die gearseerde gebied vir ELK van die diagramme hieronder neer.

8.2.1



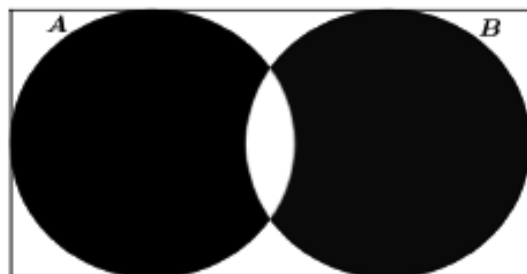
(1)

8.2.2



(1)

8.2.3



(1)

8.3 Watter diagram(me) in VRAAG 8.2.1, 8.2.2 of 8.2.3 verteenwoordig onderling uitsluitende gebeure? (1)  
[11]

TOTAAL: 100

# SESSIE 14: VRAESTEL 2

Wiskunde/V2

2  
KABV – Graad 10

DBE/November 2018

## INSTRUKSIES EN INLIGTING

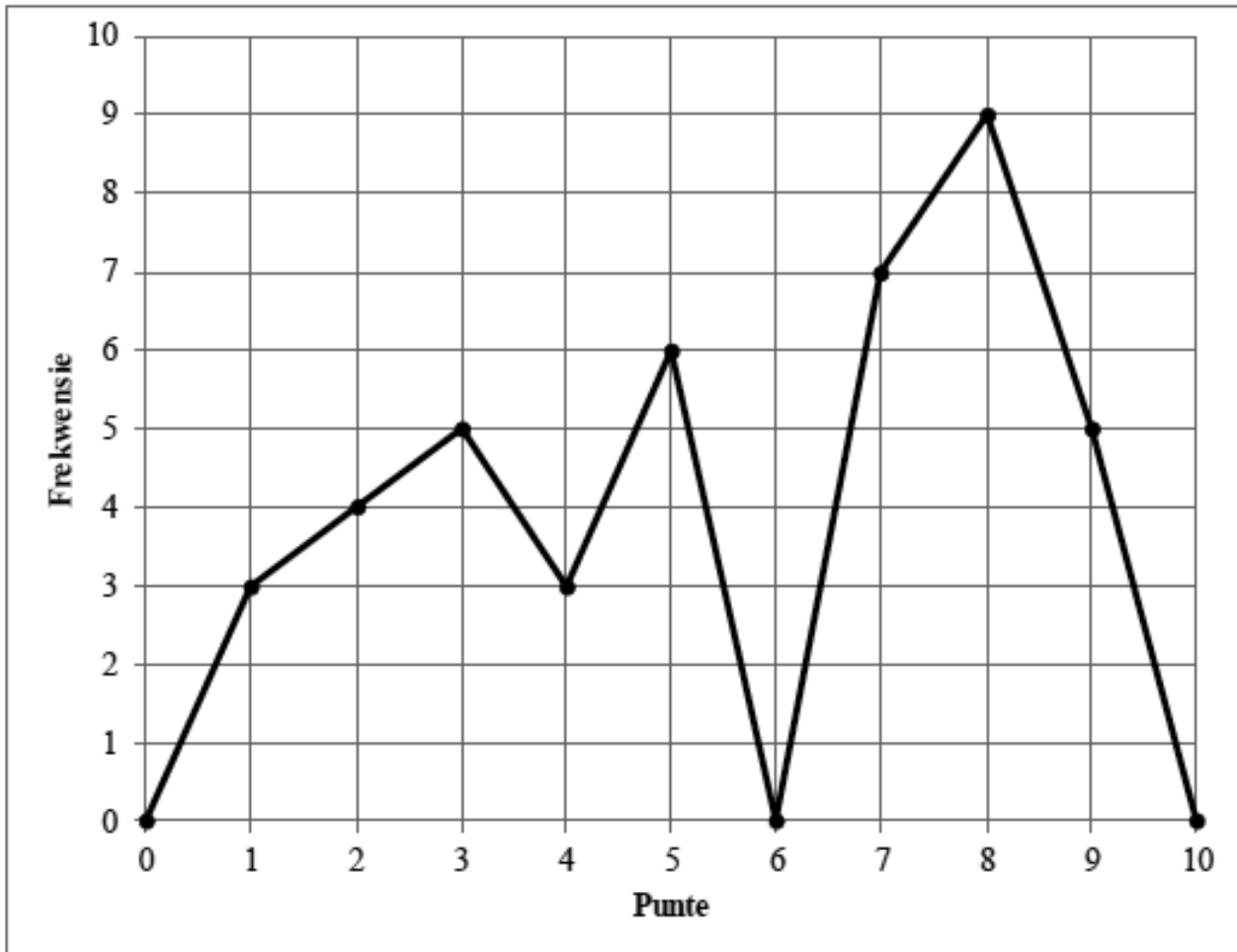
Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit AGT vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
8. Skryf netjies en leesbaar.

## SESSIE 14: VRAESTEL 2

### VRAAG 1

Die lyngrafiek hieronder toon toetspunte uit 10 wat deur 'n graad 10-klas behaal is.



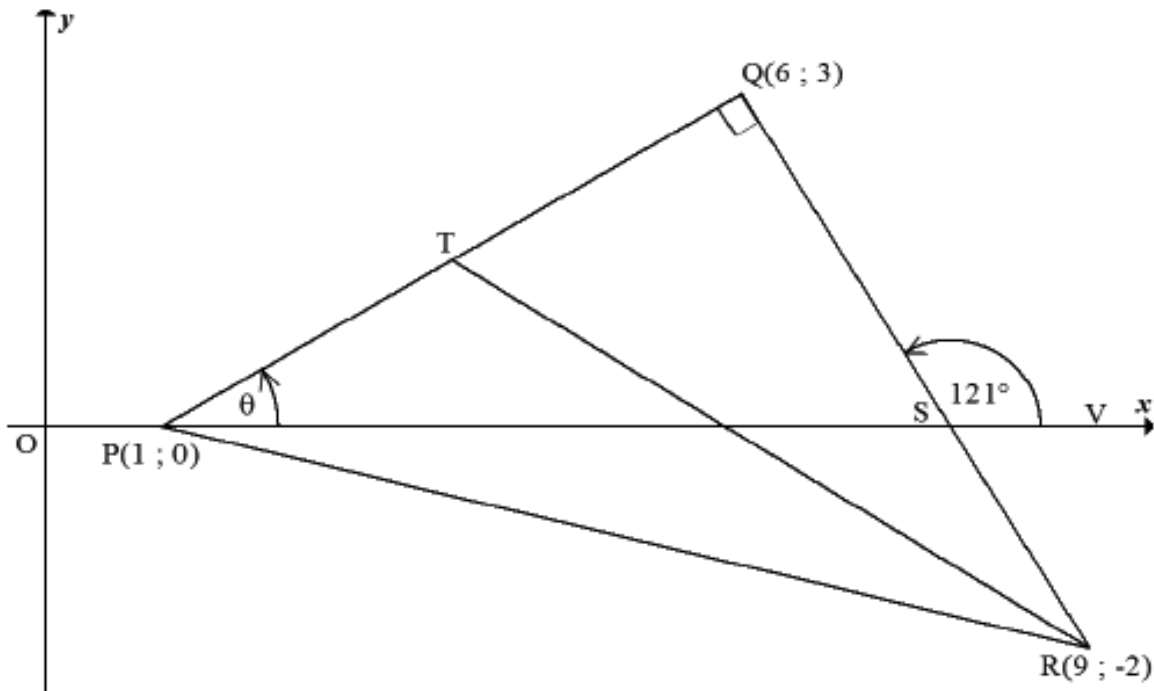
- 1.1 Voltooi die frekwensiekolom in die tabel wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. (2)
- 1.2 Hoeveel leerders het die toets geskryf? (1)
- 1.3 Bereken die:
- 1.3.1 Variasiewydte vir die data (2)
- 1.3.2 Gemiddeld vir die toets (3)
- 1.4 Bepaal die mediaan vir die data. (3)
- 1.5 Teken 'n mond-en-snordigram (boksplot) vir die data. (3)

[14]

## SESSIE 14: VRAESTEL 2

### VRAAG 2

In the diagram hieronder is  $P(1 ; 0)$ ,  $Q(6 ; 3)$  en  $R(9 ; -2)$  die hoekpunte van 'n driehoek sodat  $PQ = QR$  en  $PQ \perp QR$ .  $T$  is 'n punt op  $PQ$  sodat  $T$  die middelpunt van  $PQ$  is.  $S$  is die snypunt van  $RQ$  en die  $x$ -as.  $V$  is 'n punt op die  $x$ -as sodat  $\widehat{QSV} = 121^\circ$ .  $\widehat{QPS} = \theta$

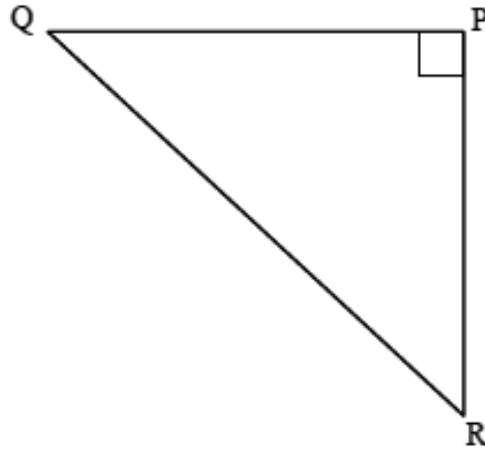


- 2.1 Bepaal die:
- 2.1.1 Lengte van  $PQ$ . Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)
  - 2.1.2 Gradiënt van  $PQ$  (2)
  - 2.1.3 Koördinate van  $T$  (2)
- 2.2 Bereken die:
- 2.2.1 Oppervlakte van  $\Delta QTR$  (3)
  - 2.2.2 Grootte van  $\theta$ , met redes (2)
  - 2.2.3 Koördinate van  $S$  (3)
- 2.3 Bepaal, met redes, die gradiënt van die lyn deur  $T$  en die middelpunt van  $PR$ . (3)
- [17]**

## SESSIE 14: VRAESTEL 2

## VRAAG 3

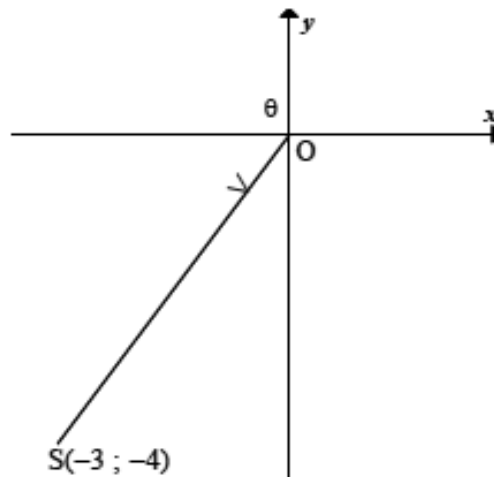
3.1 In die diagram hieronder is  $\triangle QPR$  'n reghoekige driehoek met  $\hat{Q}PR = 90^\circ$ .



3.1.1 Gebruik die skets om die verhouding van  $\tan(90^\circ - R)$  te bepaal. (1)

3.1.2 Skryf die trigonometriese verhouding neer wat aan  $\frac{QR}{QP}$  gelyk is. (1)

3.2  $S(-3 ; -4)$  is 'n punt op die Cartesiese vlak sodat  $OS$  'n hoek van  $\theta$  met die positiewe  $x$ -as maak.



Bereken die volgende SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:

3.2.1 Die lengte van  $OS$  (2)

3.2.2 Die waarde van  $\sec \theta + \sin^2 \theta$  (3)

3.3 Bepaal die waarde van die volgende SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:

$$\frac{\operatorname{cosec} 45^\circ}{\sin 90^\circ \cdot \tan 60^\circ} \quad (4)$$

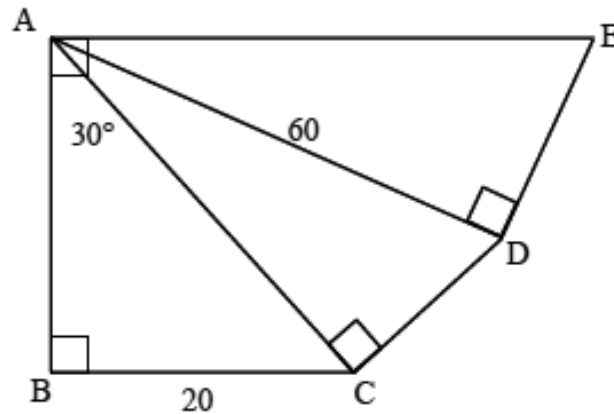
[11]



## SESSIE 14: VRAESTEL 2

### VRAAG 4

- 4.1 In die diagram hieronder is  $ABC$ ,  $ACD$  en  $ADE$  reghoekige driehoeke.  $\hat{BAE} = 90^\circ$  en  $\hat{BAC} = 30^\circ$ .  $BC = 20$  eenhede en  $AD = 60$  eenhede.



Bereken die:

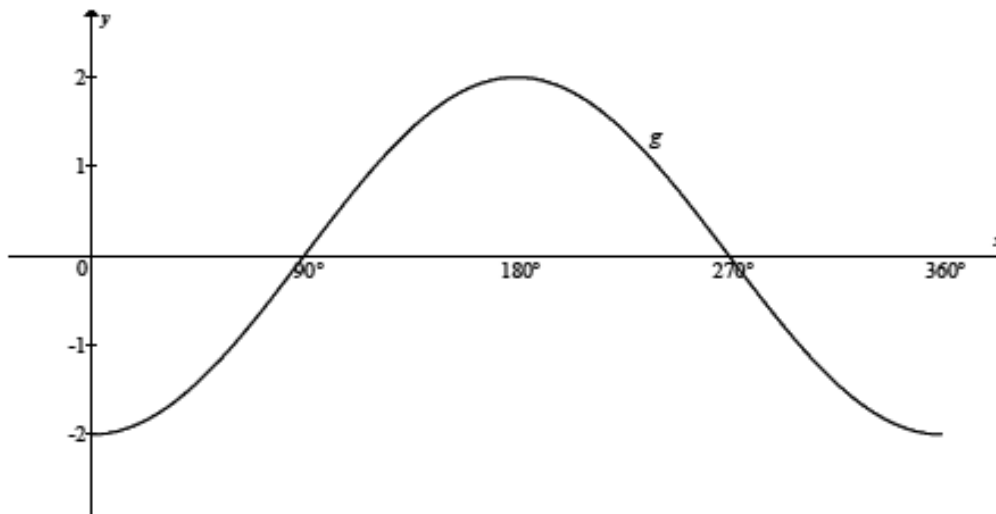
- 4.1.1 Lengte van  $AC$  (2)
- 4.1.2 Grootte van  $\hat{CAD}$  (2)
- 4.1.3 Lengte of  $DE$  (3)
- 4.2 Los op vir  $x$ , korrek tot EEN desimale plek, waar  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ :
- 4.2.1  $\tan x = 2,01$  (2)
- 4.2.2  $5 \cos x + 2 = 4$  (3)
- 4.2.3  $\frac{\operatorname{cosec} x}{2} = 3$  (3)
- [15]

### VRAAG 5

- 5.1 Beskou die funksie  $f(x) = -3 \tan x$ .
- 5.1.1 Skets, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word, die grafiek van  $f$  vir  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ . Toon duidelik AL die sny punte en asimptote. (3)
- 5.1.2 Skryf gevolglik of andersins neer die:
- (a) Periode van  $f$  (1)
- (b) Vergelyking van  $h$  indien  $h$  die refleksie van  $f$  om die  $x$ -as is (1)

## SESSIE 14: VRAESTEL 2

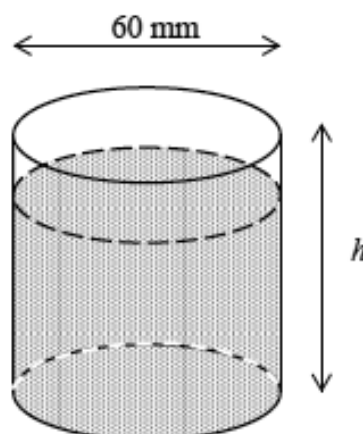
5.2 Die grafiek van  $g(x) = a \cdot \cos b\theta$  is hieronder geskets.



- 5.2.1 Skryf die waardes van  $a$  en  $b$  neer. (2)
- 5.2.2 Gebruik die grafiek om die waarde(s) van  $x$ , waarvoor  $g(x) > 0$ , te bepaal. (1)
- 5.2.3 Bepaal die waardeversameling van  $h$  indien  $h$  die beeld van  $g$  is indien  $g$  TWEE eenhede na onder geskuif word. (2)
- 5.2.4 Bepaal, met gebruik van die grafiek, die waarde van:  
 $-2(\cos 0^\circ + \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ + \cos 360^\circ)$  (2)  
 [12]

## VRAAG 6

Die diagram hieronder toon 'n beker met 'n volume van  $117\pi \text{ cm}^3$  en 'n binnemiddellyn van 60 mm. Ignoreer die dikte van die beker.



Bereken die:

- 6.1 Hoogte van die beker (3)
- 6.2 Totale buite-oppervlakte van die water wat aan die beker raak indien die beker 80% met water gevul is. (4)  
 [7]

## SESSIE 14: VRAESTEL 2

Gee redes vir ALLE meetkundestellings in VRAAG 7 en 8.

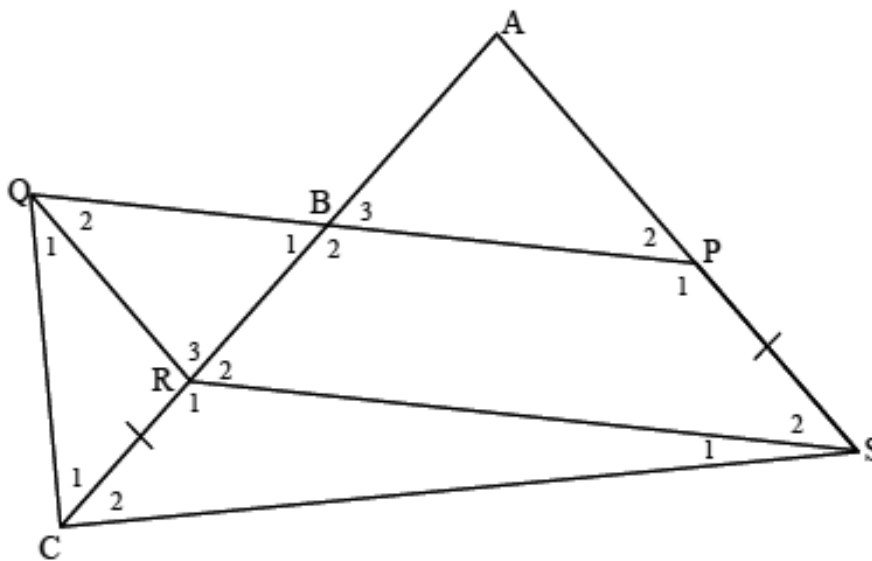
### VRAAG 7

7.1 Voltooi die stelling sodat dit WAAR is:

Die lyn wat vanaf die middelpunt van die een sy van 'n driehoek getrek word, parallel aan die tweede sy, ...

(1)

7.2 ACS is 'n driehoek. P is 'n punt op AS en R is 'n punt op AC sodat PSRQ 'n parallelogram is. PQ sny AC by B sodanig dat B die middelpunt van AR is. QC word verbind. Net so is  $CR = PS$ ,  $\hat{C}_1 = 50^\circ$  en  $BP = 60$  mm.



7.2.1 Bereken die grootte van  $\hat{A}$ .

(5)

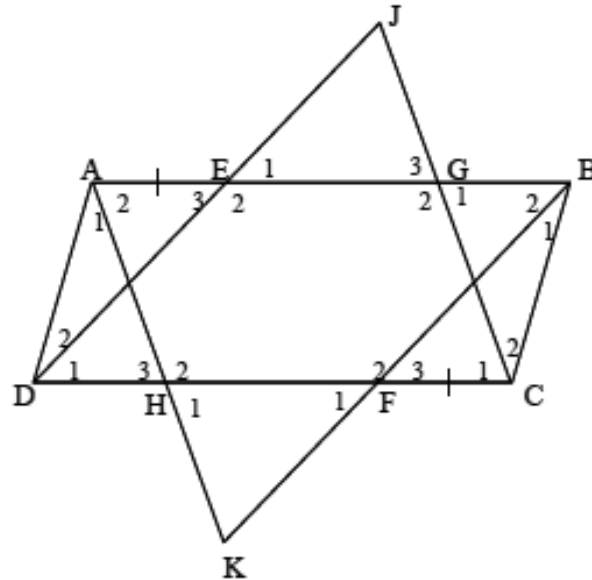
7.2.2 Bepaal die lengte van QP.

(3)

[9]

**SESSIE 14: VRAESTEL 2**
**VRAAG 8**

- 8.1 ABCD is 'n parallelogram. E en F is punte onderskeidelik op AB en DC sodat  $AE = CF$ . DE word verleng na J en CJ word getrek. BF word verleng na K en AK word getrek.

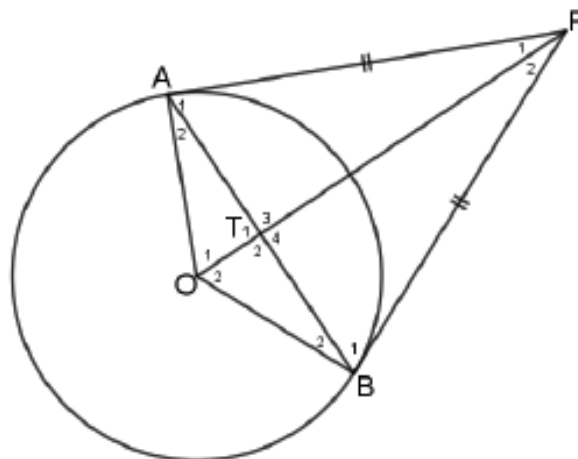


Bewys dat:

8.1.1  $DJ \parallel BK$  (5)

8.1.2  $\hat{E}_1 = \hat{F}_1$  (4)

- 8.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel. A en B lê op die omtrek van die sirkel.  $AP = BP$ .



Bewys dat:

8.2.1  $AT = BT$  (5)

8.2.2  $\hat{O}TA = 90^\circ$  (1)  
[15]

**TOTAAL: 100**