



2023 VAKWERKBOEK

Graad 12

$a+b=c$ WISKUNDIGE GELETTERDHEID

'n Gemeenskaplike inisiatief tussen die Wes-Kaapse Onderwysdepartement en die Universiteit Stellenbosch.

UITSAAI SESSIES

GRAAD 11

MEETING

GRAAD 12

MEETING

| Sessie | Datum | Tyd | Onderwerp |
|--------|------------|-------------|-----------------------|
| 1 | 26/04/2023 | 16h00-17h00 | Omtrek en Oppervlakte |
| 2 | 16/05/2023 | 15h00-16h00 | Volume |

INLEIDING EN ONDERWERPE

Omtrek en Oppervlakte

Definisie Omtrek

- Die rand- of buitenste randlengtes van 'n 2-dimensionele figuur.
- Die buitenste rand van 'n sirkel staan bekend as die omtrek

Definisie Area

- Die oppervlak omring deur die grenslengtes van 'n tweedimensionele figuur

Volume

Dit is belangrik om die verskillende vorms in alledaagse voorwerpe te kan visualiseer. In hierdie geval moet ons weet watter veelhoek deur watter voorwerp voorgestel word. Die formules word oor die algemeen verskaf, so die belangrikste ding hier is om waardes korrek in die formules te kan vervang.

Onderwerpe

Beskrywing

Omtrek en oppervlakte

Wanneer ons aan omtrek dink, dink ons gewoonlik aan 2-dimensionele, plat vorms, maar dit kan ook 3-dimensionele vorms wat uit raamwerk bestaan verwys. Oppervlakte is die totale gedeelte wat binne die omtrek val.

Volume

Verstaan en gebruik toepaslike woordeskat, soos: vergelyking, formules, omtrek, radius, deursnee, lengte, breedte, hoogte, basis, omtrek, volume, sirkel, silinder, veelhoeke, regte prisma's, driehoekig, reghoekig en vierkantig.

TERMINOLOGIE

| Term | Definisie |
|------------------------|---|
| Deursnee | 'n Reguit lyn wat deur die middelpunt van 'n sirkel gaan en die sirkel aan beide kante raak, en die sirkel in twee gelyke helftes verdeel. |
| Dimensie / Afmeting(s) | 'n Meetbare mate, bv. lengte, breedte, hoogte, diepte, tyd. Fisies, tegnies: die basiseenhede waaruit 'n hoeveelheid bestaan, bv. massa (kg), afstand (m), tyd (s). |
| Omtrek - sirkel | Afstand rondom 'n sirkel. |
| Omtrek | Die totale afstand rondom die grens of rand wat 'n spesifieke vorm omlyn. |
| Oppervlakte | Die tweedimensionele ruimte wat deur 'n 2-D-vorm beset word. Die oppervlakte wat deur die grenslengtes van 'n tweedimensionele vorm omsluit word. |
| Radius | Die afstand vanaf die middelpunt van die sirkel na enige punt op die omtrek van die sirkel. |
| Silinder | 'n Driedimensionele voorwerp met kongruente parallelle sye en basisse wat sirkels is. 'n Lang vorm met parallelle sye en 'n sirkelvormige deursnit - dink aan 'n houtstomp, byvoorbeeld, of 'n buis. |
| Volume | Die hoeveelheid 3D-ruimte wat deur 'n voorwerp beset word. Dit word in kubieke eenhede gemeet. |
| Buite-Oppervlakte | Die oppervlakte van al die kante / oppervlaktes van 'n voorwerp wat bymekaar gevoeg is. |

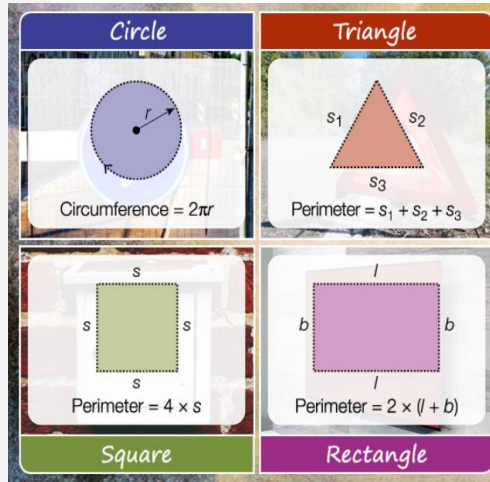
SESSIE 1 | OMTREK EN OPPERVLAKTE



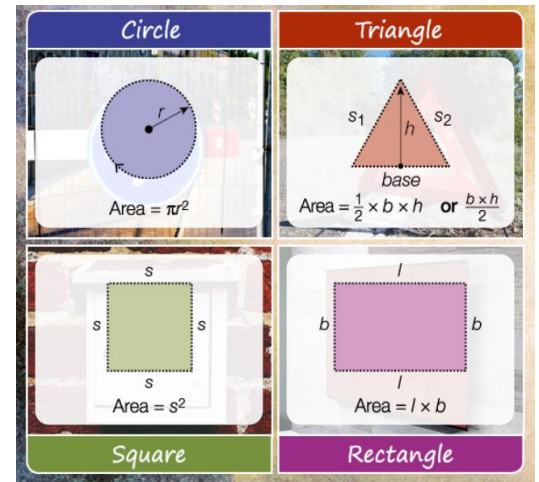
WAT U MOET WEET

Alle formules vir berekeninge wat oppervlakte behels sal in die assesserings verskaf word. Jy moet net die korrekte formules kies en die korrekte waardes instel.

Omtrek



Oppervlakte



Voorbeeld 1

U wiskundige geletterdheid klaskamer vir kry nuwe tafels, soos langsaan aangetoon.

- 1.1 Gebruik die gepaste formules en bereken die oppervlakte van die tafel in m^2 .
- 1.2 As elke tafel R615 gekos het en tien tafels gekoop is, bereken koste per m^2 van die tafels.

Oplossing

- 1.1 Ons kan sien dat die tafel bestaan uit twee identiese driehoeke en een reghoek.

Die formule vir die oppervlakte van 'n driehoek is:

$$\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$$

Die oppervlakte van een van ons driehoeke is dus:

$$\frac{1}{2} \times 500\text{mm} \times 70\text{cm}$$

$$\frac{1}{2} \times 0,5\text{m} \times 0,7\text{m} \quad (\text{verander die eenhede na meter}) = 0,175 \text{ m}^2$$

Die formule vir die oppervlakte van 'n reghoek is: lengte \times breedte.

Die oppervlakte van die middel reghoek is dus:

$$0,9 \text{ m} \times 70 \text{ cm}$$

$$= 0,9 \text{ m} \times 0,7 \text{ m} \quad (\text{verander die eenhede in meter})$$

$$= 0,63 \text{ m}^2$$

Nou voeg ons eenvoudig die drie oppervlakte bymekaar:

Oppervlakte van driehoek + reghoek + driehoek

$$= 0,175 \text{ m}^2 + 0,63 \text{ m}^2 + 0,175 \text{ m}^2$$

$$= 0,98 \text{ m}^2$$

OMTREK EN OPPERVLAKTE

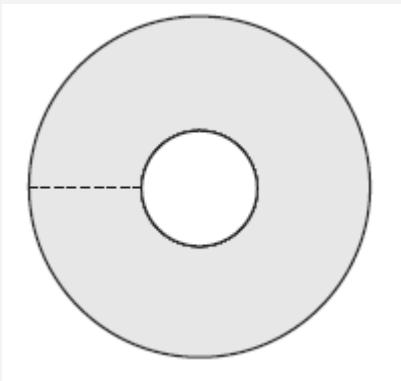
- 1.2 10 tafels sal $R615 \times 10 = R6\ 150$ kos.
- 10 tafels sal 'n totale area van $0,98\text{ m}^2 \times 10 = 9,80\text{ m}^2$.
- $R6\ 150 \div 9,80\text{ m}^2 = R627,55$
- So, die tafels kos R627,55 per vierkante meter.

OF

$$R615 \div 0,98 = R627,55$$

Voorbeeld 2

Mev Dlamini koop 'n nuwe lampskerm vir 'n lamp. Sy meet die radius van die binnekring in die lampskerm 50 mm. Die deursnee van die buite (groter) sirkel is 40 cm. (Let daarop dat die diagram nie volgens skaal geteken is nie.)



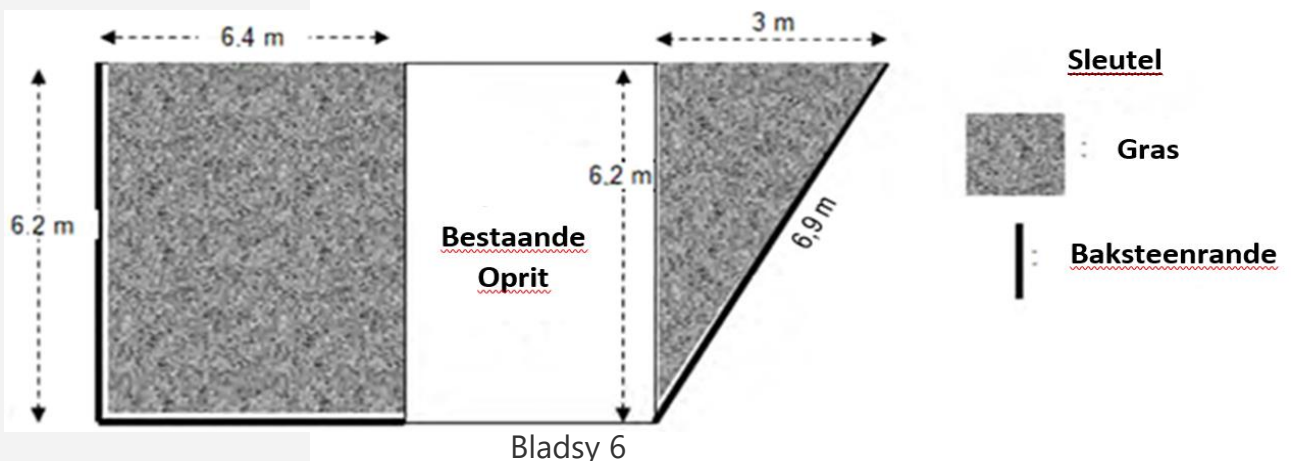
- 2.1 Bereken die omtrek van die kleiner binnesirkel (in cm).
- 2.2 Bereken die omtrek van die groter, buitenste sirkel (in cm). Rond u antwoord af tot een desimale plek.
- 2.3 Bereken die omtrek van die helfte van die groter, buitenste sirkel (in cm).
- 2.4 Bereken die breedte van die oppervlakte getoon deur die stippellyn in die diagram hierbo.

Oplossing

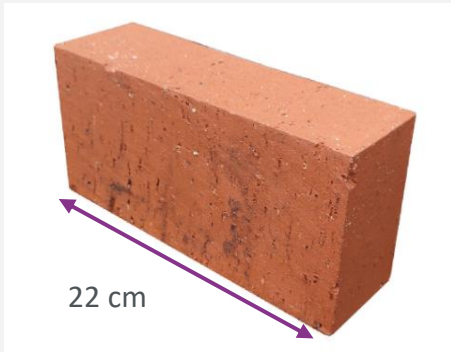
- 2.1 Binnesikeldeursnee/omtrek = $2 \pi r = 2 \times 3,142 \times 5\text{ cm} = 31,42\text{ cm}$
- 2.2 Omtrek = $2 \pi r = 2 \times 3,142 \times 20\text{ cm} = 125,7\text{ cm}$
- 2.3 Halwe omtrek = $\frac{\text{Omtrek}}{2} = \frac{125,7}{2} = 62,85\text{ cm}$
- 2.4 Binnesirkel radius = 5 cm. Groter radius = 20 cm.
Verskil tussen radiuse = $20\text{ cm} - 5\text{ cm} = 15\text{ cm}$

OEFENING

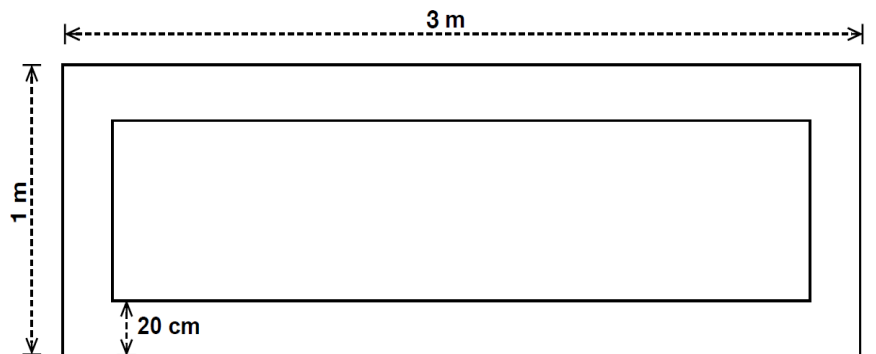
1. 'n Man wil sy oprit na die kante verleng om 'n paar nuwe parkeerterreine te skep. Hy gaan die gras wat reeds daar is, verwyder en gruis daar gooi.



OMTREK EN OPPERVLAKTE



- 1.1 Eerstens verwyder hy die gras en plant dit weer in ander dele van sy tuin. Bereken die totale grasoppervlakte wat van albei gebiede verwyder sal moet word. U kan kies om sommige van die formules hierbo te gebruik.
- 1.2 Om die klippe in posisie te hou, gaan hy 'n paar stene langs die rande wat donker gekleur is op die skets. Die ander rande is langs die huis of grens aan die bestaande oprit en hoef nie bakstene te hê nie.
- 1.2.1 Bereken die totale lengte van al die rande waar hy stene gaan lê.
- 1.2.2 Elke baksteen is 22 cm lank. Hoeveel stene gaan hy langs die gegewe rande lê?
2. Jenny het 'n versieringsonderneming begin en het 'n kontrak om dekor by 'n troue onthaal te verskaf



- 2.1 Die tafels wat tydens hierdie troue gebruik is, is reghoekig met 'n lengte van 3 m en 'n breedte van 1 m soos hierbo getoon. Die materiaal wat sy beplan om vir die tafeldoek te gebruik kos R75 per meter (maar kan in lengtes kleiner as 'n meter gekoop word) en word verkoop in rolle wat 1,4 m breed is. Die bruid en bruidegom wil hê dat die tafeldoeke minstens 20 cm oor die rande van die tafels moet hang.

Bereken die koste van die lap vir elke tafel.

- 2.2 As daar 15 tafels by die troue is, bereken hoeveel sy op tafeldoeke alleen gaan spandeer.

3. Jy bou 'n ekstra kamer aan by jou huis. Jy wil die dak met teëls bedek. Die oorvleueling waar aangrensende teëls saamgevoeg sal word, is 75 mm. Die oorvleueling in die lengte sal 'n derde van die teël wees. (effektiewe lengte = $\frac{2 \times \text{lengte}}{3}$).

- 3.1 Hoeveel teëls het ons nodig om 'n dak te bedek wat 3 m breed en 2 m hoog is.

- 3.2 Bereken die totale koste van die teëls (BTW ingesluit), indien die prys van een teël R10,25 BTW eksklusief is.



OMTREK EN OPPERVLAKTE

Oplossings

$$1.1 \quad \text{Reghoekige oppervlakte} = 6,4 \text{ m} \times 6,2 \text{ m} = 39,68 \text{ m}^2$$

$$\text{Driehoekige oppervlakte} = \frac{1}{2} \times 6,2 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 9,3 \text{ m}^2$$

$$\text{Totale oppervlakte} = 39,68 \text{ m}^2 + 9,3 \text{ m}^2 = 48,98 \text{ m}^2$$

$$1.2.1 \quad \text{Die rand van die driehoek is die skuinssy van die reghoekige driehoek:}$$

$$\text{Rande van die reghoek} = 6,4 \text{ m} + 6,2 \text{ m} = 12,6 \text{ m}$$

$$\text{Totale lengte van al die rande} = 12,6 \text{ m} + 6,9 \text{ m} = 19,5 \text{ m}$$

$$1.2.2 \quad \text{Een baksteen} = 22 \text{ cm} = 0,22 \text{ m}$$

$$\text{Aantal bakstene} = 19,5 \text{ m} \div 0,22 \text{ m} = 88,64 \text{ bakstene} \approx 90 \text{ stene}$$

$$2.1 \quad (3,0 + 0,2 + 0,2) \times R75 \\ = (3,4 \times 75) \\ = R255,00$$

$$2.2 \quad 15 \times R255 \\ = R3\ 825$$

$$3.1 \quad \text{Wydte van 'n teël} = 33 \text{ cm} - 7,5 \text{ cm} = 25,5 \text{ (deel van die teël wat jy kan sien)}$$

$$\text{Totale wydte} = (25,5 \times a) + 7,5 = 300 \text{ cm}$$

$$\therefore 25,5a = 300 - 7,5 = 292,5$$

$$25,5a = 292,5$$

$$a = 11,4 \approx 12$$

$$\text{Hoogte van 'n teël} = \frac{2}{3} \times 42 = 28 \text{ cm (deel van die teël wat jy kan sien)}$$

$$\text{Totale hoogte} = (28 \times b) + 14 = 200 \text{ cm}$$

$$\therefore 28b = 200 - 14 = 186$$

$$28b = 186$$

$$b = 6,64 \approx 7$$

$$\text{Totale aantal teëls} = 12 \times 7 = 84$$

$$3.2 \quad \text{Koste BTW uitgesluit} = 84 \times R10,25$$

$$= R861$$

$$\text{Totale koste BTW ingesluit} = R861 \times 1,15$$

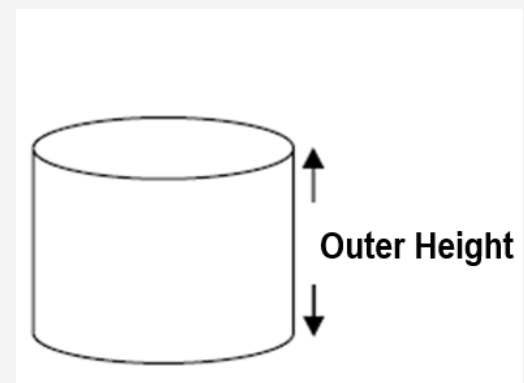
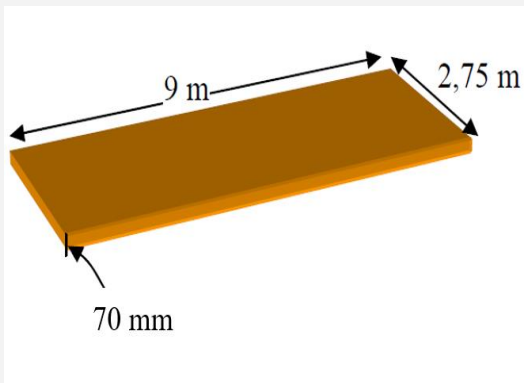
$$= R990,15$$

SESSIE 2 | VOLUME



WAT U MOET WEEET

Alle formules vir berekeninge wat oppervlakte behels sal in die assesserings verskaf word. Jy moet net die korrekte formules kies en die korrekte waardes instel.



Cylindrical rainwater tank

Volume

| | |
|--|--|
| <p>Cylinder/Tube</p> <p>Vol. = $\pi r^2 h$ Vol.tube = $(\pi R^2 h) - (\pi r^2 h)$</p> | <p>Triangular prism</p> <p>Vol. = $\frac{1}{2} b h l$</p> |
| <p>Cube</p> <p>Vol. = s^3</p> | <p>Rectangular prism</p> <p>Vol. = $l \times w \times h$</p> |

Voorbeeld 1

Die reghoekige verspringput by die skool is 2,75 m breed en 9 m lank en is met sand gevul.

- 1.1 Bereken die volume sand wat benodig word om die verspringput tot 'n diepte van 70 mm te vul. Gee die antwoord afgerond tot DRIE desimale plekke.

Gebruik die formule: **Volume = lengte × breedte × hoogte**

- 1.2 Sou u sê dat die sand wat gebruik word, voldoende is om te verseker dat die leerders nie beseer word nie? Verduidelik.

Oplossing:

1.1 $70 \text{ mm} = 0,07 \text{ m}$

Volume = lengte × breedte × hoogte

$$= 2,75 \times 9 \times 0,07$$

$$= 1,7325 \text{ m}^3$$

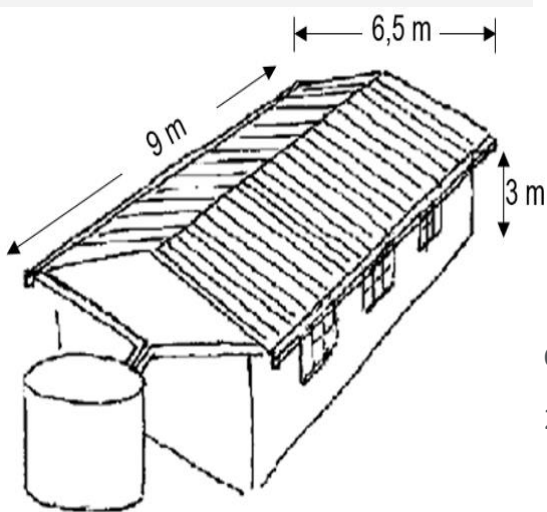
- 1.2 Nee, 70 mm is nie eens 'n derde van 'n liniaal nie, so leerders sal dus op 'n harde oppervlakte land wat beserings sal veroorsaak.

Voorbeeld 2

Jabu Ndou benodig 'n silindriese watertenk om reënwater van sy dak op te neem. Hierdie water sal gebruik word om sy tuin te besproei.

Jabu wil weet hoeveel reënwater die tenk kan hou. Die binneste radius van die tenk is 0,998 m en die binnehoogte van die tenk 2,498 m.

VOLUME



- 2.1 Bereken die totale volume, afgerond tot DRIE desimale plekke, van die watertenk.

Gebruik die formule:

Volume van 'n silinder = $\pi \times (\text{radius})^2 \times \text{hoogte}$, en gebruik $\pi = 3,142$

- 2.2 Bepaal die hoogte, afgerond tot DRIE desimale plekke, van die water in die tenk as dit 80% vol is.

Oplossing

$$\begin{aligned} 2.1 \quad \text{Volume van 'n silinder} &= \pi \times (\text{radius})^2 \times \text{hoogte} \\ &= 3,142 \times 0,998^2 \times 2,498 \\ &= 7,812 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.2 \quad \frac{80}{100} \times \frac{2,498}{1} \\ = 1,998 \text{ m} \end{aligned}$$

OEFENING

- 'n Skool bou 'n swembad met die volgende afmetings: lengte = 15 m; diepte = 1,3 m tot die volmerk, en breedte = 5 m.
(LET WEL: $1 \text{ m}^3 = 1000$ liter en $1\ 000$ liter = 1 kl)
 - Bereken die volume van die swembad tot op die vlak waar dit gevul is.
 - Skakel hierdie volume (a) om in liter (b) en kiloliters.
 - Wanneer die skool die swembad vul, gebruik hulle 'n pomp wat water teen 2 liter per sekonde pomp. Hoe lank sal dit neem om die swembad vol te maak? Gee u antwoord in ure en minute.
 - Water kos R8,64 per kiloliter. Hoeveel kos dit die skool om die swembad vol te maak?
 - As die kinders in die swembad baljaar en die watervlak tot 1,24 meter daal, met hoeveel water, in liter, moet hulle dit dan aanvul?
- Wandile besluit om sy eie groente te kweek. Hy maak 'n reghoekige groentetuin met 'n lengte van 2,5 m en 'n breedte van 1,5 m.
 - Wandile voeg 'n laag 7,5 cm kompos by sy groentetuin. Bereken die volume van die kompos in cm^3 wat bygevoeg is.

Gebruik die formule:

Volume van 'n reghoekige prisma = lengte \times breedte \times hoogte

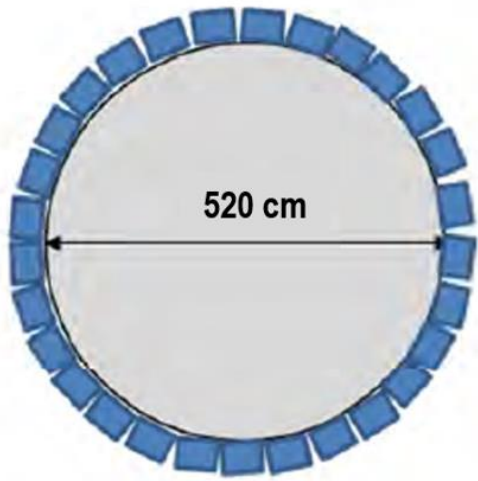


Skadunet oor die groentetuin

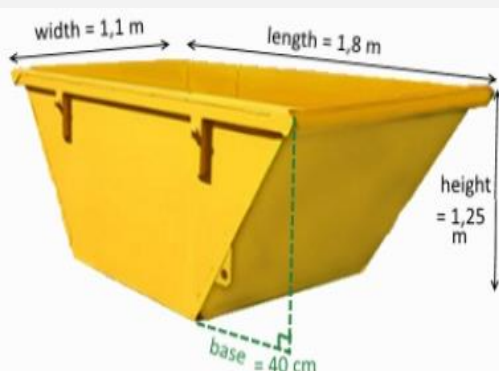
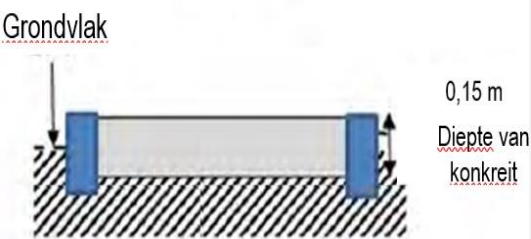


VOLUME

BOAANSIG



SYAANSIG



2.2 As die totale volume van die kompos en die grondlaag $843\,750\text{ cm}^3$ is, bepaal die hoogte van die grond sonder die kompos.

3. 'n Ronde betonblad word beplan vir 'n buite-piekniekarea. Die sirkelvormige betonblad sal soos volg deur bakstene omring word: (LET WEL: Sketse is NIE volgens skaal nie)

3.1 Skakel 520 cm om na meter.

3.2 Gebruik die volgende vergelyking om die volume van die beton in die Silindriese betonblad te bereken. Antwoord in m^3 . ($\pi = 3,142$)

$$\text{Volume} = \pi \times \text{radius}^2 \times \text{hoogte}$$

3.3 Bereken die aantal stene wat u langs mekaar moet pas as dit met die langsye teenmekaar geplaas word.

U mag die volgende formule gebruik:

$$\text{Omtrek} = 2 \times \pi \times \text{radius, waar } \pi = 3,142$$

4. Bepaal die volume sand wat gestort kan word in die houer wat links onder getoon word.

$$\text{Volume van 'n reghoekige prisma} = \text{lengte} \times \text{breedte} \times \text{hoogte}$$

$$\text{Volume van driehoekige prisma} = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} \times \text{breedte}$$

Oplossings

1.1 $15\text{ m} \times 5\text{ m} \times 1,3\text{ m}$
 $= 97,5\text{ m}^3$

1.2 (a) 97 500 liters
 (b) 97,5 kl

1.3 Tyd om te vul = $\frac{97500}{2}$
 $= 48750\text{ sekondes}$ ($\div 60$)
 $= 812,5\text{ minute}$ ($\div 60$)
 $= 13,54166667\text{ uur}$
 $\therefore 0,5416667$ ($\times 60$)
 $= 32,5\text{ minute}$
 So, die totale tyd is 13 uur 32½ min

1.4 $88,64 \times 97,5\text{ kl} = 8842,40$

1.5 $1,3\text{ m} - 1,24\text{ m} = 0,06\text{ m}$
 $\therefore 15\text{ m} \times 5\text{ m} \times 0,06\text{ m}$
 $= 4,5\text{ m}^3$
 $= 4500\text{ liters}$

VOLUME

2.1 $2,5 \text{ m} = 250 \text{ cm}$

$$1,5 \text{ m} = 150 \text{ cm}$$

Volume van reghoekige prisma = lengte \times breedte \times hoogte

$$= 250 \text{ cm} \times 150 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm}$$

$$= 281\,250 \text{ cm}^3$$

2.2 **Volume van reghoekige prisma = lengte \times breedte \times hoogte**

$$843\,750 \text{ cm}^3 = 250 \text{ cm} \times 150 \text{ cm} \times \text{hoogte met kompos}$$

$$\frac{843\,750}{37\,500} = \text{hoogte met kompos}$$

$$22,5 \text{ cm} = \text{hoogte met kompos}$$

$$\text{Daarvoor, hoogte van grond} = 22,5 \text{ cm} - 7,5$$

$$= 15 \text{ cm}$$

3.1 $520 \text{ cm} = 5,2 \text{ m}$

3.2 $\text{Vol} = 3,142 \times (2,6 \text{ m})^2 \times 0,15 \text{ m}$

$$= 3,142 \times (6,76 \text{ m}^2) \times 0,15 \text{ m}$$

$$= 3,19 \text{ m}^3$$

3.3 $\text{Omtrek} = 2 \times \pi \times \text{radius}$

$$= 2 \times 3,142 \times 2,6 \text{ m}$$

$$= 16,3384 \text{ m}$$

$$16,3384 \text{ m} = 1633,84 \text{ cm}$$

$$\text{Aantal stene} = 1633,84 \text{ cm} \div 10,6 \text{ cm}$$

$$= 154 \text{ stene}$$

4. Verdeel die voorwerp in reghoekige vorms:

Die lengte van die reghoekige deel

$$= 1,8 \text{ m} - 2 \times \text{basis van driehoekige gedeeltes}$$

$$= 1,8 \text{ m} - (2 \times 0,4)$$

$$= 1 \text{ m}$$

Totale volume

$$= (2 \times \text{volume van driehoekige prisma}) + \text{volume van reghoekige prisma}$$

$$= (2 \times \frac{1}{2} \times 0,4 \times 1,25 \times 1,1) + (1 \times 1,25 \times 1,1)$$

$$= 1\,925 \text{ m}^3$$