basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

2015

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 18 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDBOEK wat voorsien word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders aangedui.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders gemeld.
7. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die data hieronder toon die ouderdom (in jaar) van die persone wat die biblioteek tussen 08:00 en 09:00 op 'n sekere oggend besoek het.

3	4	4	5	23	29	32	36	40	47	56	66	68	76	82

1.1 Bepaal:

1.1.1 Die gemiddelde ouderdom van dié besoekers (2)

1.1.2 Die mediaan van die data (1)

1.1.3 Die interkwartielomvang (interkwartielvariasiewydte) van die data (3)

1.1.4 Die standaardafwyking van die data (2)

1.2 Skets 'n mond-en-snordiagram van die data. (3)

1.3 Lewer kommentaar oor die skeefheid van die datastel deur na die mond-en-snordiagram te verwys. (1)

[12]

VRAAG 2

Veertien leerders het 'n Meetkunde-kursus, wat oor 12 Saterdae versprei was, bygewoon. Die leerders het 'n Meetkunde-toets aan die einde van die kursus geskryf. Een leerder was vir die toets afwesig. Die getal Saterdae bygewoon en die punt (as 'n %) wat elke leerder vir die toets behaal het, is in die tabel hieronder getoon.

Getal Saterdae bygewoon	12	11	10	10	9	9	7	6	5	4	12	11	6
Punt (as 'n %)	96	91	78	83	75	62	70	68	56	34	88	90	59

2.1 Bereken die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

2.2 Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (2)

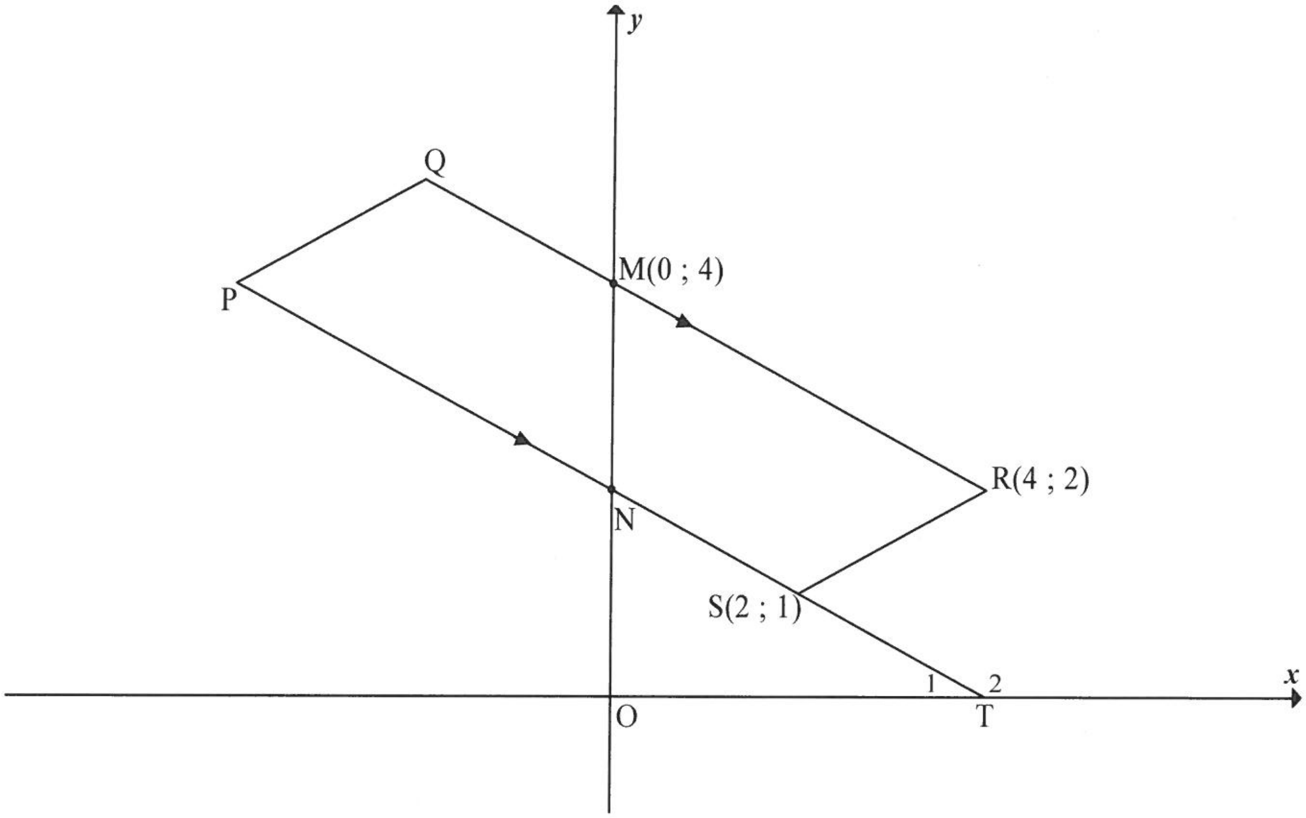
2.3 Lewer kommentaar oor die sterkte van die verband tussen die veranderlikes. (1)

2.4 Die leerder wat vir die toets afwesig was, het die kursus op 8 Saterdae bygewoon. Voorspel die punt wat hierdie leerder vir die toets sou behaal het. (2)

[8]

VRAAG 3

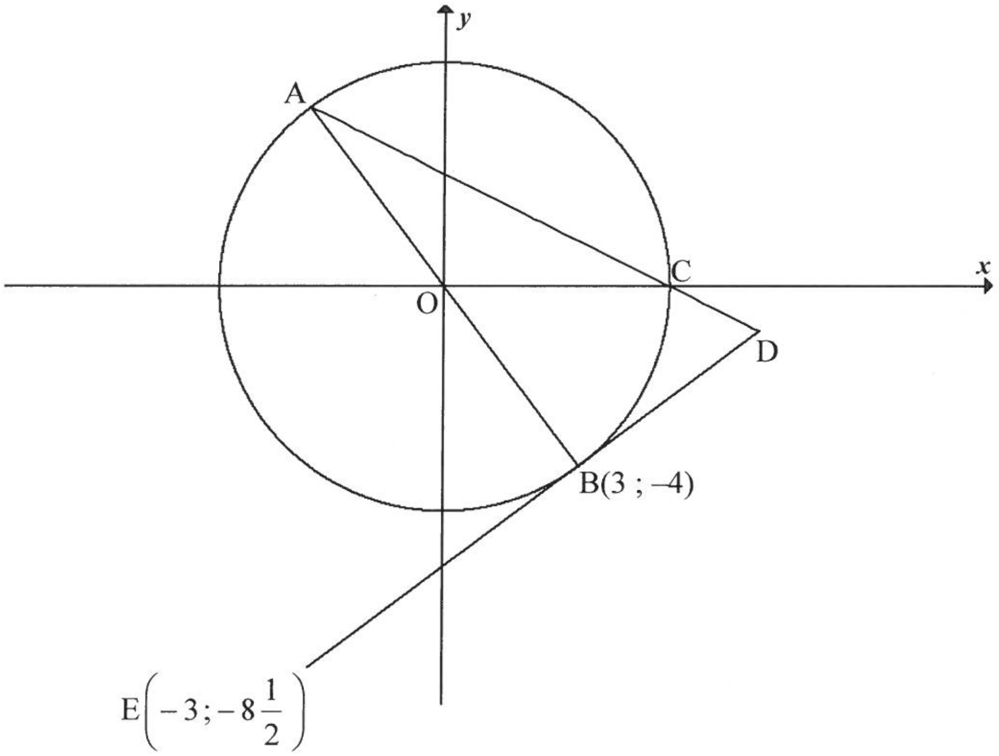
In die diagram hieronder is P, Q, R(4 ; 2) en S(2 ; 1) die hoekpunte van 'n vierhoek met PS | | QR. M(0 ; 4) en N is die y-afsnitte van QR en PS onderskeidelik. PS verleng sny die x-as by T.



3.1	Bereken die gradiënt van RS.	(2)
3.2	Gegee dat die vergelyking van PQ, $2y = x + 12$ is, bereken, met redes, die lengte van PQ.	(4)
3.3	Bepaal die vergelyking van PT in die vorm $y = mx + c$.	(4)
3.4	Skryf vervolgens die koördinate van N neer.	(1)
3.5	Bereken, met redes, die grootte van $R\hat{N}S$, afgerond tot EEN desimale plek.	(5)
		[16]

VRAAG 4

Die diagram hieronder toon 'n sirkel met die middelpunt O by die oorsprong. AB is 'n middellyn van die sirkel. Die reguitlyn ACD ontmoet die raaklyn EBD aan die sirkel by D. Die koördinate van B en E is onderskeidelik (3 ; –4) en $\left(-3\,;-8\frac{1}{2}\right)$.



4.1	Bepaal die koördinate van A.	(2)
4.2	Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur A, B en C gaan.	(3)
4.3	Skryf die lengte van AB neer.	(2)
4.4	As gegee word dat AD gelyk is aan $\sqrt{125}$ eenhede, bereken die lengte van BD. Gee redes.	(3)
4.5	Bereken die oppervlakte van ΔABD.	(3)
4.6	'n Ander sirkel gaan deur A, B en E. Bepaal, met redes, die vergelyking van hierdie sirkel. Skryf die antwoord in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.	(6)
		[19]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\cos\beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, waar $180° < \beta < 360°$.

Bepaal, met behulp van 'n skets en sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde van $\sin\beta$. (5)

5.2 Bepaal die waarde van die volgende uitdrukking:

$$\frac{\tan(180° - x).\sin(x - 90°)}{4\sin(360° + x)}$$ (6)

5.3 As $\sin A = p$ en $\cos A = q$:

5.3.1 Skryf $\tan A$ in terme van p en q neer (1)

5.3.2 Vereenvoudig $p^4 - q^4$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding (4)

5.4 Beskou die identiteit: $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 2\theta}{\sin\theta.\cos\theta} = \tan\theta$

5.4.1 Bewys die identiteit. (5)

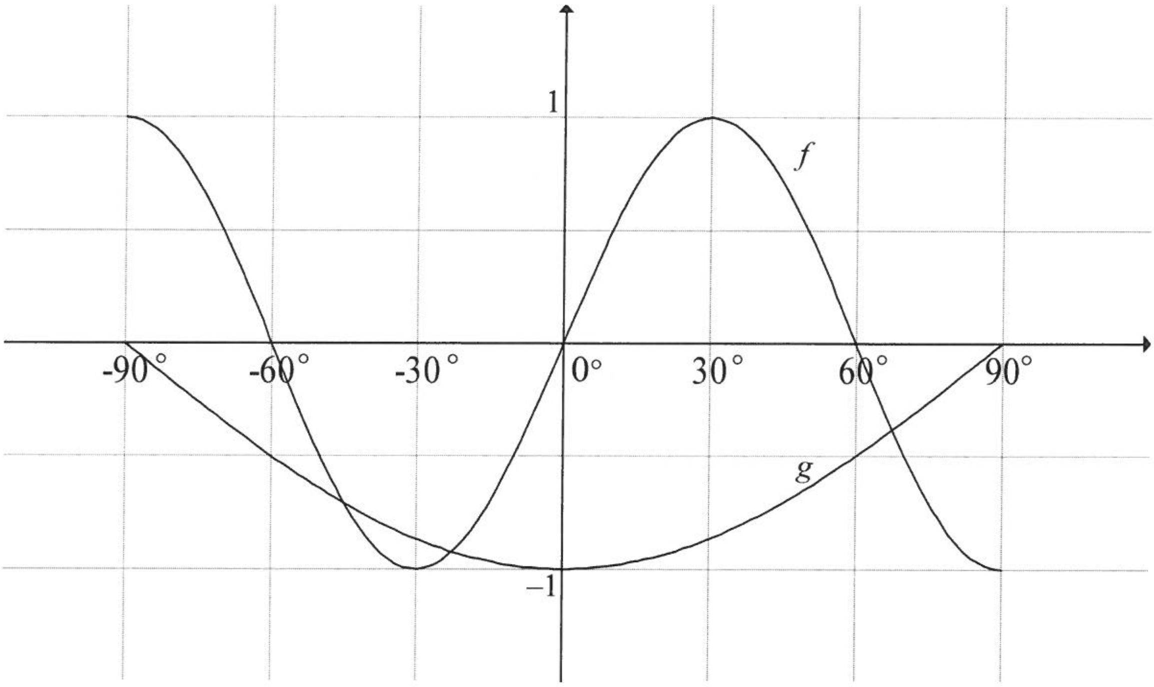
5.4.2 Vir watter waarde(s) van θ, in die interval $0° < \theta < 180°$, is die identiteit ongedefinieerd? (2)

5.5 Bepaal die algemene oplossing van $2\sin 2x + 3\sin x = 0$ (6)

[29]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \sin bx$ en $g(x) = -\cos x$, vir $-90° \leq x \leq 90°$ geskets. Gebruik die diagram om die volgende vrae te beantwoord.



6.1 Skryf die periode van f neer. (1)

6.2 Bepaal die waarde van b. (1)

6.3 Die algemene oplossings van die vergelyking $\sin bx = -\cos x$ is $x = 67{,}5° + k.90°$ of $x = 135° + k.180°$, waar $k \in Z$.
Bepaal die x-waardes van die snypunte van f en g vir die gegewe definisieversameling. (3)

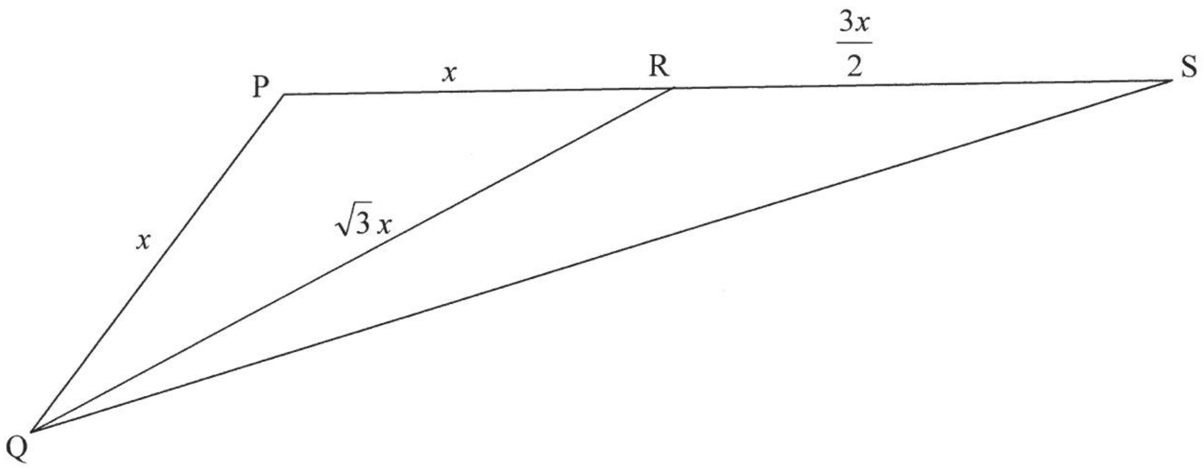
6.4 Skryf die waardes van x neer waarvoor $\sin bx + \cos x < 0$ vir die gegewe definisieversameling. (4)

[9]

VRAAG 7

Driehoek PQS stel 'n sekere oppervlakte van 'n park voor. R is 'n punt op PS en QR verdeel die oppervlakte van die park vir 'n feestelike geleentheid, in twee driehoekige dele.

PQ = PR = x eenhede, RS = $\frac{3x}{2}$ eenhede en RQ = $\sqrt{3}\,x$ eenhede.



7.1 Bereken die grootte van $\hat{P}$. (4)

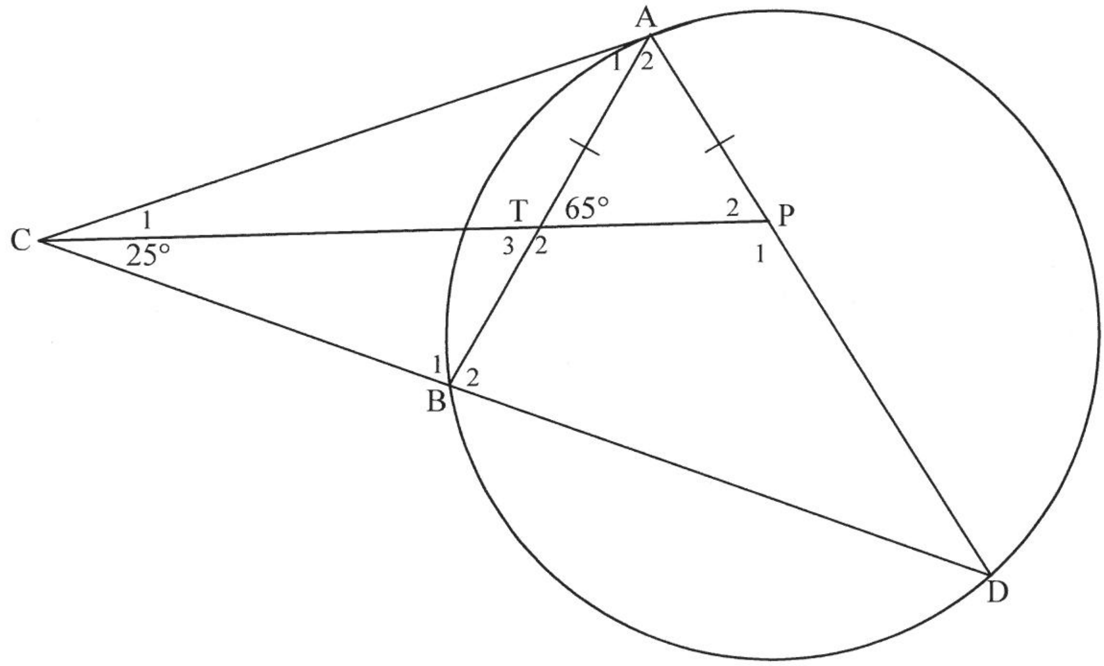
7.2 Bereken vervolgens die oppervlakte van driehoek QRS in terme van x in sy eenvoudigste vorm. (5)

[9]

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAAG 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram is ΔACD getrek met punte A en D op die omtrek van 'n sirkel. CD sny die sirkel by B. P is 'n punt op AD met CP die halveerlyn van $A\hat{C}D$. CP sny die koord AB by T. $AT = AP$, $A\hat{T}P = 65°$ en $P\hat{C}D = 25°$.



8.1 Bepaal die grootte van elk van die volgende:

8.1.1 $\hat{P}_2$ (2)

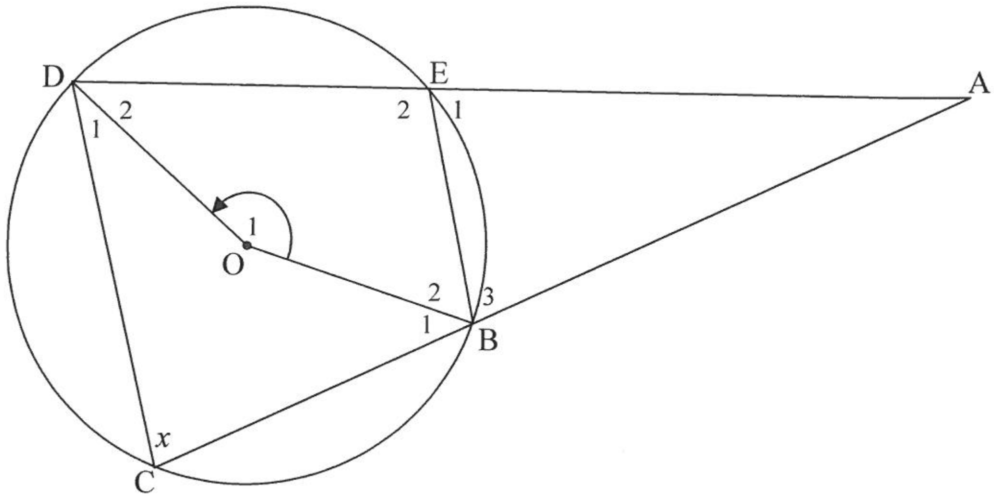
8.1.2 $\hat{D}$ (2)

8.1.3 $\hat{A}_1$ (2)

8.2 Is CA 'n raaklyn aan die sirkel ABD? Motiveer jou antwoord. (2)
[8]

VRAAG 9

In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en BO en OD is getrek. Koord CB en DE word verleng om mekaar in A te ontmoet. Koord BE en CD word getrek. $B\hat{C}D = x$.



9.1 Gee die rede vir elk van die stellings in die tabel. Voltooi die tabel wat in die ANTWOORDEBOEK gegee is deur die rede vir elke bewering neer te skryf. (2)

Bewering		Rede
9.1.1	$\hat{E}_1 = x$	
9.1.2	$\hat{O}_1 = 2x$	

9.2 As gegee word dat BE | | CD, bewys dat:

9.2.1 AC = AD (4)

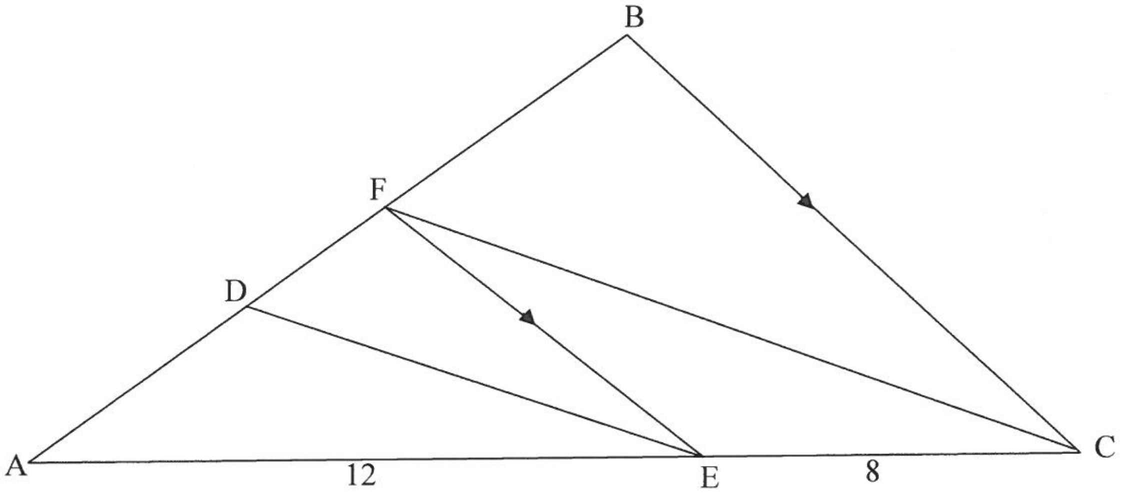
9.2.2 ABOD 'n koordevierhoek is (3)
[9]

VRAAG 10

10.1 Voltooi die bewoording van die volgende stelling in die ANTWOORDEBOEK:

As 'n lyn twee sye van 'n driehoek in dieselfde verhouding verdeel, dan ... (1)

10.2 In die diagram is ABC 'n driehoek met F op AB en E op AC. BC | | FE. D is op AF met $\frac{AD}{AF} = \frac{3}{5}$. AE = 12 eenhede en EC = 8 eenhede.



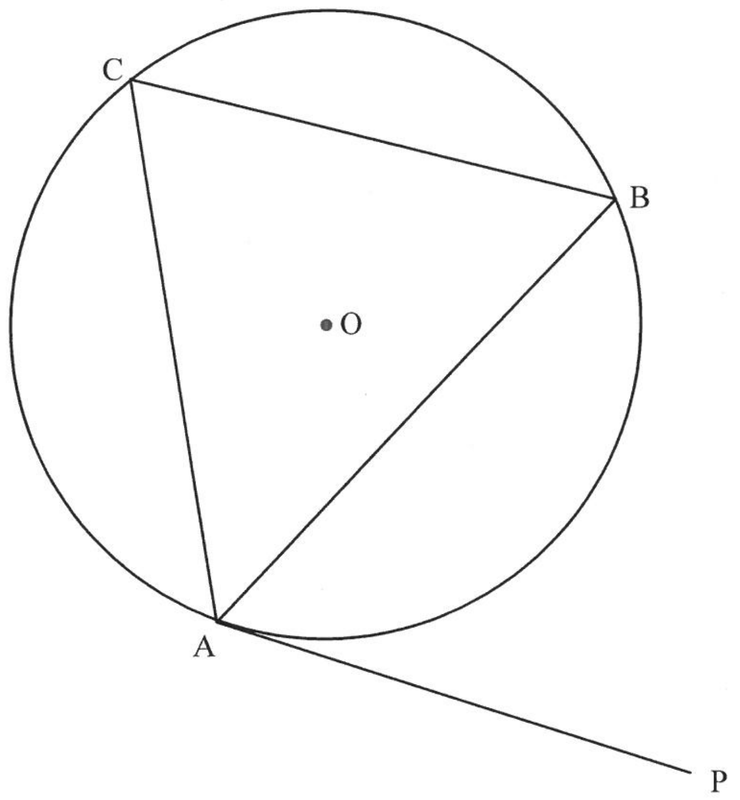
10.2.1 Bewys dat DE | | FC. (3)

10.2.2 Indien AB = 14 eenhede, bereken die lengte van BF. (3)

[7]

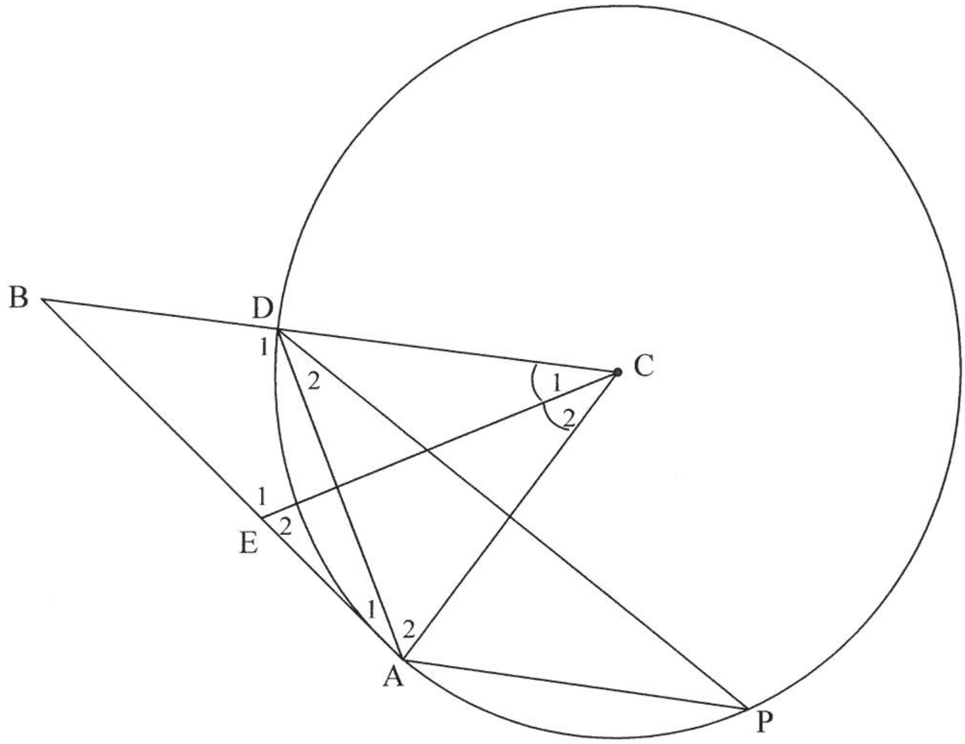
VRAAG 11

11.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en PA is 'n raaklyn aan die sirkel by A. B en C is punte op die omtrek van die sirkel.



Gebruik die diagram om die stelling te bewys wat noem dat $B\hat{A}P = A\hat{C}B$. (6)

11.2 In die diagram is C die middelpunt van die sirkel DAP. BA is 'n raaklyn aan die sirkel by A. CD word verleng om die raaklyn aan die sirkel by B te ontmoet. DP en DA word getrek. E is 'n punt op BA sodat EC vir $D\hat{C}A$ halveer. Stel $\hat{C}_1 = x$.



11.2.1 Bewys dat $\Delta BAD \mid\mid\mid \Delta BCE$. (7)

11.2.2 Indien verder gegee word dat $AB = 8$ eenhede en $AC = 6$ eenhede, bereken:

(a) Die lengte van BD (5)

(b) Die lengte van BE (3)

(c) Die grootte van x (3)

[24]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $A = P(1 - ni)$ $A = P(1 - i)^n$ $A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$