basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/
NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN**

TEGNIESE WISKUNDE V2

2022

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye en 2 inligtingsblaaie.

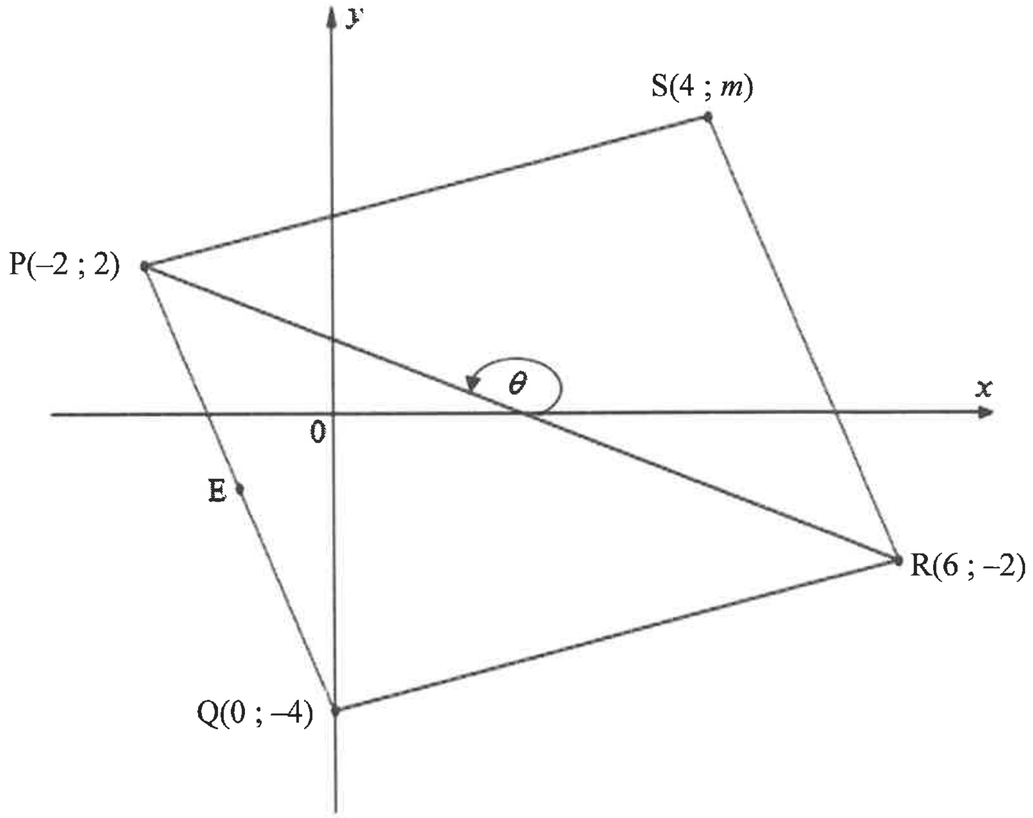
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder is PQRS 'n vierhoek met hoekpunte P(–2 ; 2), Q(0 ; –4), R(6 ; –2) en S(4 ; m).
E is die middelpunt van PQ.
Die hoek gevorm deur PR en die positiewe x-as is θ.



1.1 Bepaal:

1.1.1 Die gradiënt van PR (2)

1.1.2 θ, die inklinasiehoek van PR (3)

1.1.3 Die lengte van QR (los jou antwoord in wortelvorm) (2)

1.1.4 Die koördinate van E (2)

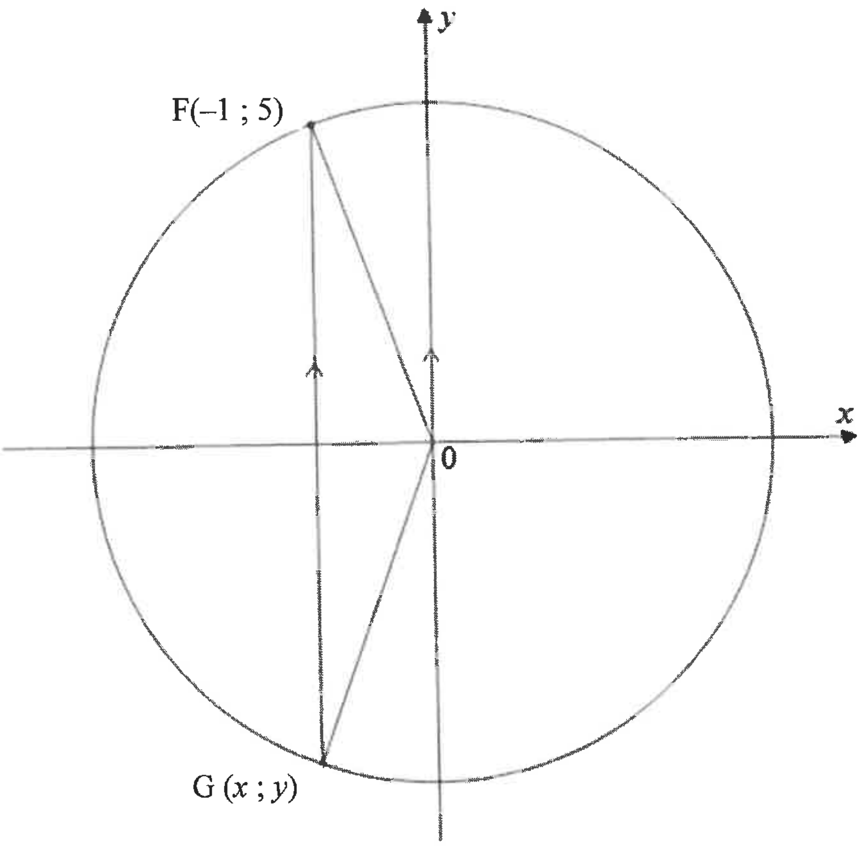
1.1.5 Die vergelyking van SR, indien SR $\parallel$ PQ (4)

1.1.6 Die waarde van m (2)

1.2 Toon dat ΔPQR 'n reghoekige driehoek is. (2)
[17]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is $F(-1\,;5)$ en $G\,(x\,;\,y)$ punte op die sirkel met die middelpunt by die oorsprong. FG is parallel aan die y-as.



2.1.1 Skryf die koördinate van G neer. (2)

2.1.2 Bepaal:

(a) Die gradiënt van OF (1)

(b) Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by F in die vorm $y = \ldots$ (3)

2.2 Teken, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is, die grafiek gedefinieer deur:

$$\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{64} = 1$$

Toon duidelik AL die afsnitte met die asse. (3)
[9]

VRAAG 3

3.1 Gegee $Q = 42°$ en $P = 71°$

Bepaal:

3.1.1 $\cot(P - Q)$ (3)

3.1.2 $\dfrac{\cos Q}{\sec P}$ (3)

3.2 Gegee $3\sec\beta - 5 = 0$ en $\beta \in [90° ; 360°]$

Bepaal $\sin^2\beta - \cos^2\beta$ met behulp van 'n diagram. (7)

3.3 Los op vir x: $\cos 2x - \tan 29° = 0$ en $2x \in [0°;360°]$ (5)
[18]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig: $\cot^2 A \cdot \sin^2 A + \cos^2 A \cdot \tan^2 A$ (4)

4.2 Bewys dat: $\dfrac{\sin^2(\pi+\theta)+\cos(180°-\theta)\cdot\sec(360°-\theta)}{\tan(2\pi-\theta)\cdot\cot(180°+\theta)} = \cos^2\theta$ (9)
[13]

VRAAG 5

Gegee die funksies gedefinieer deur $f(x) = \sin x$ en $g(x) = \cos 2x$, waar $x \in [0°;180°]$

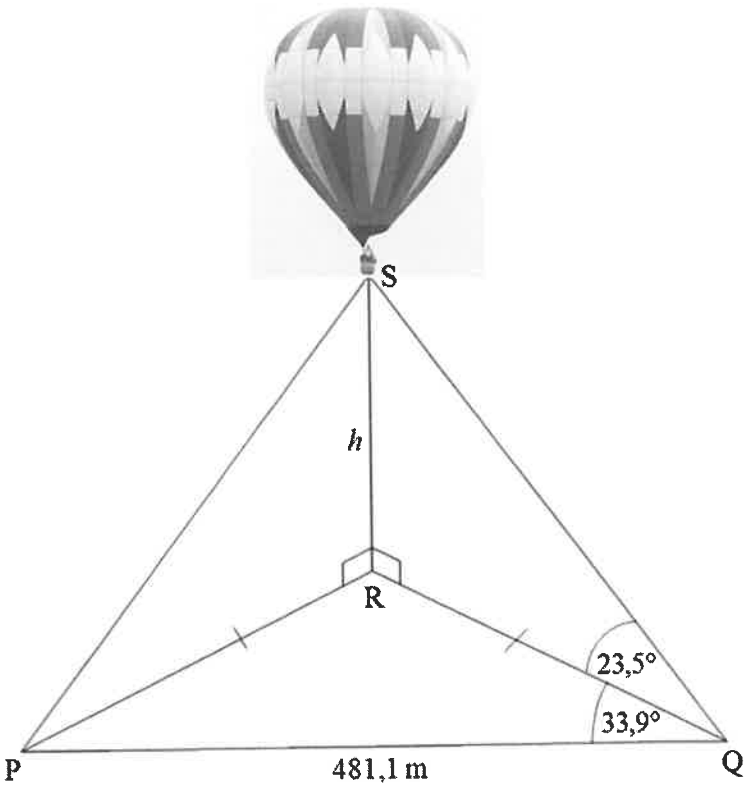
5.1 Skryf die periode van g neer. (1)

5.2 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. Dui duidelik AL die draaipunte, eindpunte en afsnitte met die asse aan. (6)
[7]

VRAAG 6

Die diagram hieronder stel twee waarnemers by P en Q voor wat ewe ver van punt R is.
Die twee waarnemers is 481,1 m van mekaar af.
Die waarnemers sien 'n lugballon by S, wat *h* meter bokant R is.
Die hoogtehoek van S vanaf Q is 23,5°
P, Q en R lê op dieselfde horisontale vlak.

$P\hat{Q}R = 33{,}9°$



Bepaal:

6.1 Die grootte van $P\hat{R}Q$ (2)

6.2 RQ, die afstand tussen die waarnemer by Q en punt R (3)

6.3 Die waarde van *h*, tot die naaste meter (3)

6.4 Die oppervlakte van Δ QPR (2)
[10]

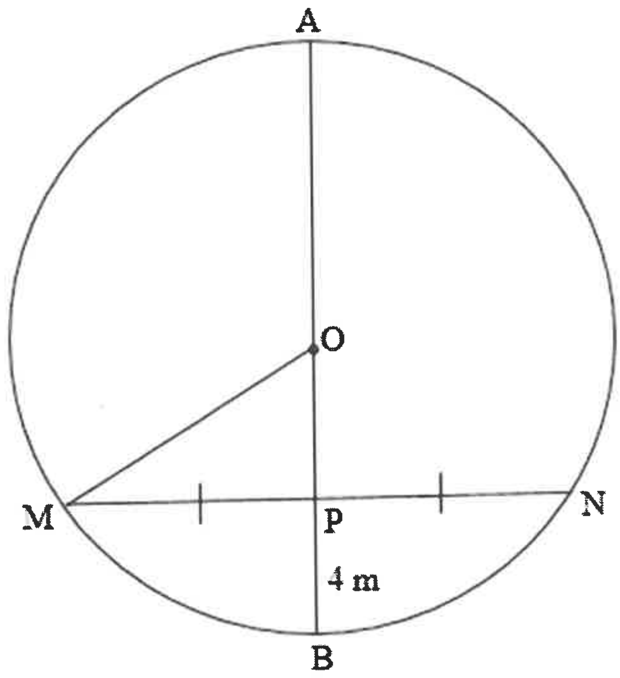
Verskaf redes vir jou bewerings in VRAAG 7, 8 en 9.

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Die lyn getrek van die middelpunt van 'n sirkel na die middelpunt van 'n koord, is ... (1)

7.2 Die diagram hieronder toon 'n sirkel met middelpunt O.
AB halveer MN by P.
AP = 16 m en PB = 4 m



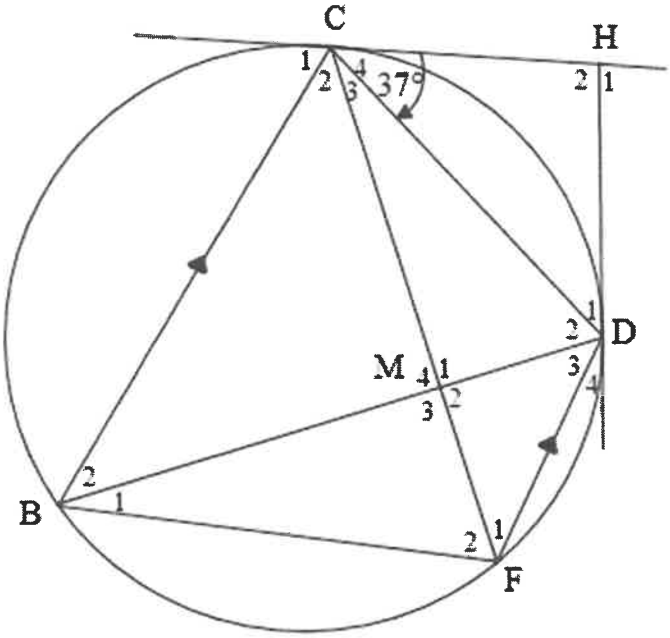
7.2.1 Bepaal die lengte van OM. (1)

7.2.2 Bepaal, met redes, die lengte van MP. (5)
[7]

VRAAG 8

In die diagram hieronder is CBFD 'n sirkel sodanig dat $BC \parallel FD$.
CH en DH is raaklyne by C en D onderskeidelik. Raaklyne CH en DH sny by H.
CF en BD sny by M.

$\hat{C}_4 = 37°$



8.1 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{H}_1$ (4)

8.2 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{C}_2$ (4)

8.3 Toon dat MD = MF (3)

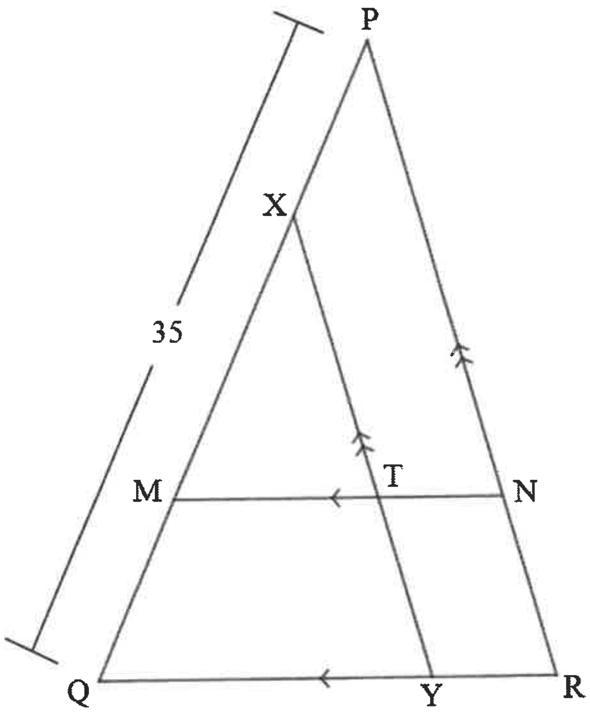
8.4 Bewys dat CHDM 'n koordevierhoek is. (4)
[15]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

'n Lyn wat parallel aan een sy van 'n driehoek getrek word … (1)

9.2 In ΔPQR hieronder is $XY \parallel PR$ en $MN \parallel QR$.
XY en MN sny by T.
Verder is $PQ = 35$ eenhede, $PN : NR = 5 : 2$ en $QY = 3YR$.

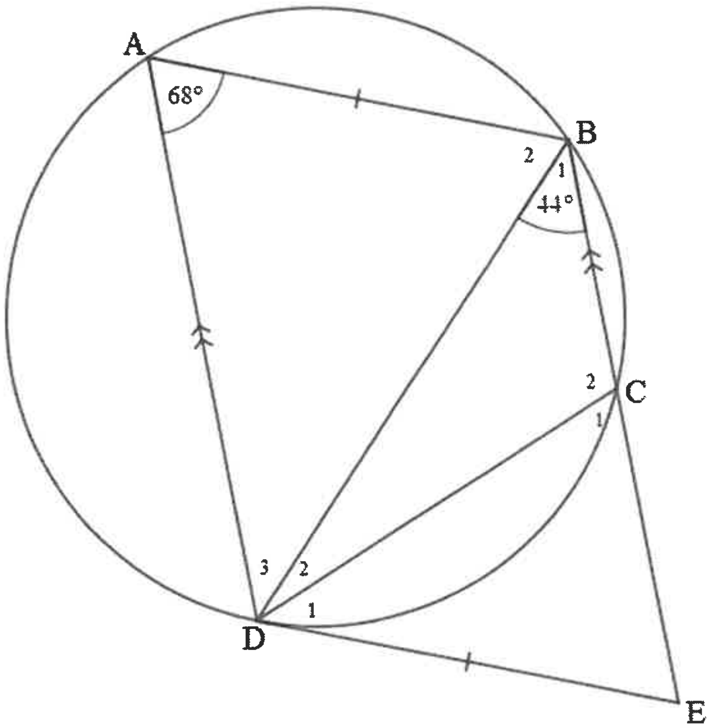


Bepaal met redes:

9.2.1 PM (4)

9.2.2 XM (5)

9.3 In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek met $BC \parallel AD$.
ED is 'n raaklyn aan die sirkel by D en BC word na E verleng.
$AB = DE$
$\hat{A} = 68°$ en $\hat{B}_1 = 44°$



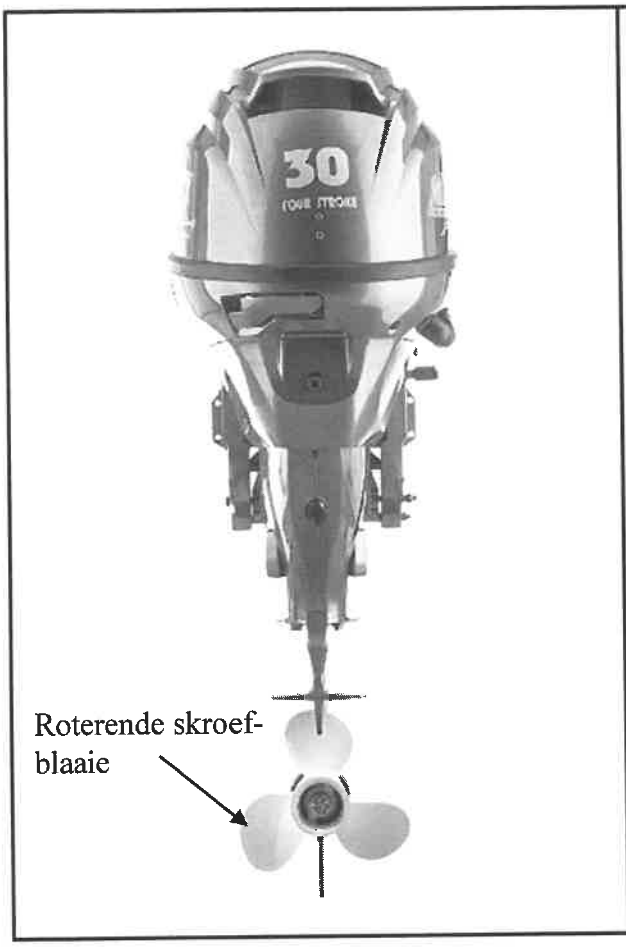
9.3.1 Skryf, met redes, TWEE ander hoeke neer wat elk aan 44° gelyk is (4)

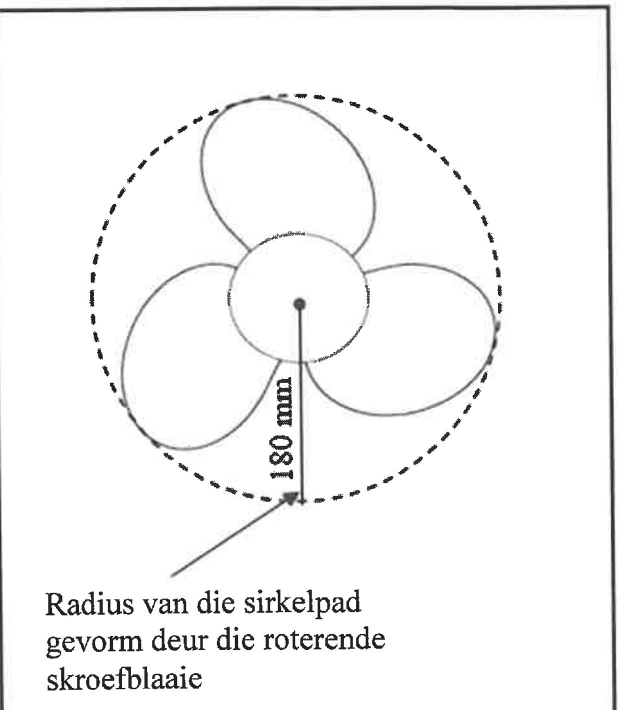
9.3.2 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{C}_2$ (2)

9.3.3 Bewys, met redes, dat $\Delta ABD \parallel\!| \Delta CED$ (3)
[19]

VRAAG 10

10.1 Die buiteboordmotor (in die prentjie hieronder) word gebruik om bote deur water aan te dryf en het 'n 4-slag-enjin. Teen normale snelheid laat die enjin die punte van die skroefblaaie teen 'n omtreksnelheid van 30 km/h roteer. Die diagram langsaan beeld die sirkelpad uit wat deur die skroefblaaie gevorm word en die radius van die sirkelpad is 180 mm.



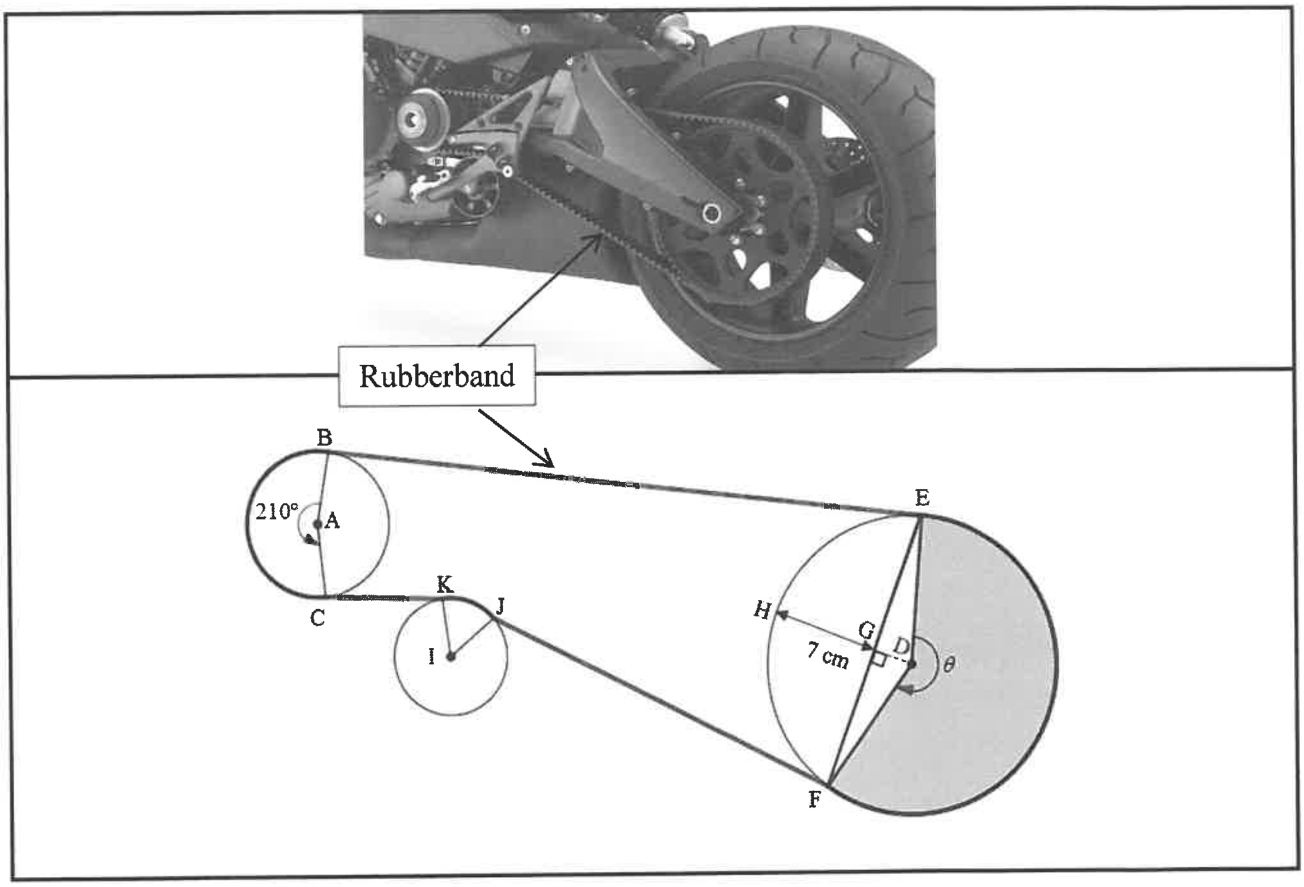


10.1.1 Herlei 30 km/h, die omtreksnelheid, na meter per sekonde. (2)

10.1.2 Bepaal gevolglik die hoeksnelheid van die roterende blaaie in radiale per sekonde. (4)

10.2 Die prentjie hieronder toon 'n motorfiets-dryfband wat 'n drie-katrol-stelsel gebruik. Die diagram onder die prentjie beeld die stelsel uit.

- Die radius van die sirkel (middelpunt A) is 5 cm en grootboog BC onderspan 'n sentrale inspringende hoek $B\hat{A}C$ gelyk aan $210°$.
- Die oppervlakte van die geskakeerde sektor EFD van die grootste sirkel (middelpunt D) is $54\pi\ cm^2$.
- Die grootste sirkel het 'n radius van 9 cm en grootboog EF onderspan 'n sentrale inspringende hoek van θ.
- Die hoogte van klein segment GH met betrekking tot koord EF is 7 cm.
- Die rubberband wat met die kleinste sirkel (middelpunt I) in kontak is, word deur kleinboog JK voorgestel.
- Die lengte van die rubberband rondom die hele stelsel is 140 cm.



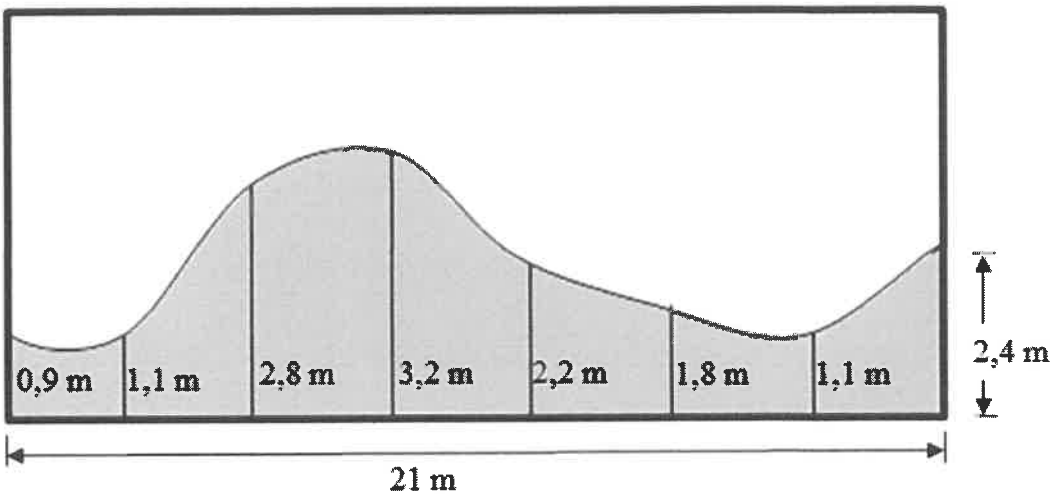
10.2.1	Herlei $210°$ na radiale.	(1)
10.2.2	Bepaal gevolglik die lengte van grootboog BC.	(3)
10.2.3	Bereken die grootte van θ in die grootste sirkel met middelpunt D.	(3)
10.2.4	Bepaal die lengte van koord EF.	(3)
10.2.5	Indien 4,19 cm die lengte van kleinboog JK is, bereken die lengte van die rubberband wat NIE in kontak met die drie katrolle is NIE.	(5)

[21]

VRAAG 11

11.1 Die diagram hieronder toon reghoekige muurkuns met 'n gedeeltelik geskakeerde onreëlmatige vorm. Die geskakeerde onreëlmatige vorm het 'n horisontale reguit sy, 21 m lank, wat in sewe gelyke dele verdeel is.

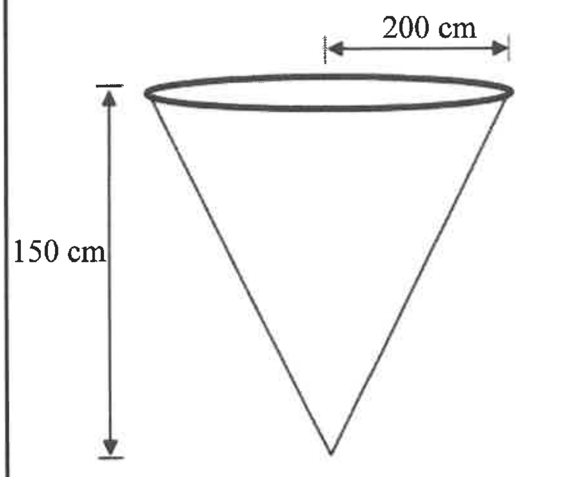
Die ordinate wat die dele verdeel, is:
0,9 m ; 1,1 m ; 2,8 m ; 3,2 m ; 2,2 m ; 1,8 m ; 1,1 m ; 2,4 m

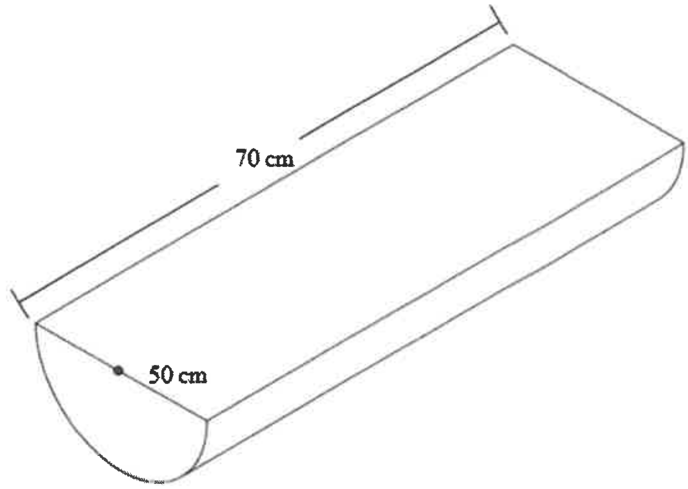


11.1.1 Bepaal die oppervlakte van die geskakeerde onreëlmatige vorm deur die middelordinaatreël te gebruik. (4)

11.1.2 Bepaal die nuwe geskakeerde oppervlakte indien die horisontale reguit sy met 80% vergroot word, terwyl die aantal gelyke dele en die hoogtes van die ordinate dieselfde bly. (2)

11.2 'n Keëlvormige watertenk word gebruik om 'n waterhouer in die vorm van 'n halfsilinder te vul.
Die keël het 'n hoogte van 150 cm en 'n radius van 200 cm.
Die halfsilindriese houer het 'n radius van 50 cm en 'n lengte van 70 cm.





Die volgende formules kan gebruik word:

Buite-oppervlakte van 'n keël = $\pi r s + \pi r^2$
Totale buite-oppervlakte van 'n silinder = $2\pi r^2 + 2\pi r h$
Volume van 'n keël = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
Volume van 'n silinder = $\pi r^2 h$

11.2.1 Bereken die buite-oppervlakte van die halfsilindriese houer. (3)

11.2.2 Hoeveel keer sal dit moontlik wees om die halfsilindriese tenk uit die keëlvormige tenk heeltemal vol te maak? (5)

[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1 \qquad \int k x^n \, dx = k.\frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \ \ x > 0 \qquad \int \frac{k}{x} dx = k.\ln x + C, \ \ x > 0$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ , \ a > 0 \qquad \int k a^{nx} \, dx = k.\frac{a^{nx}}{n \ln a} + C \ , \ a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2} ; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

oppervlakte van $\Delta\, ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid $= \omega = 360° n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi Dn$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \omega r$ waar ω = Hoeksnelheid en r = radius

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius en s = booglengte

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar a = gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$ en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar a = gelyke dele, $o_i = i^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate