basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

TEGNIESE WISKUNDE V2

NOVEMBER 2021

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye en 2 inligtingsblaaie.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

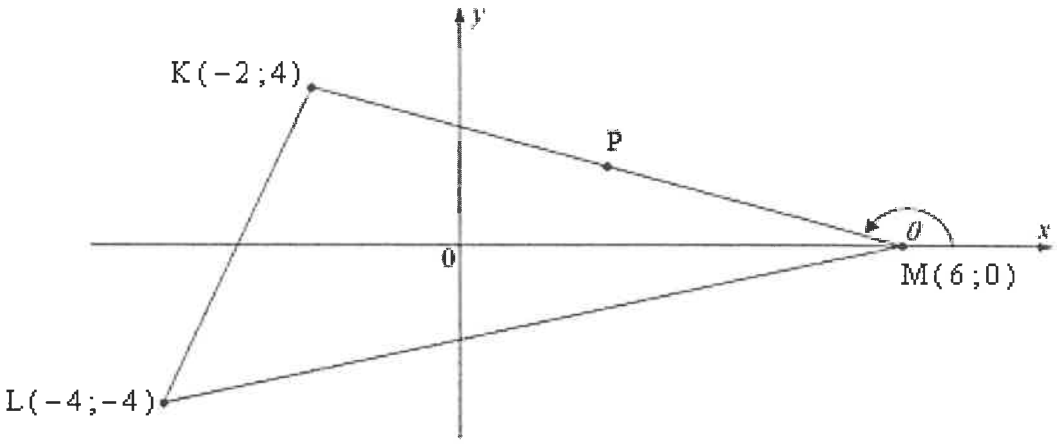
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die diagram hieronder word ΔKLM met hoekpunte K(– 2 ; 4), L(– 4 ; – 4) en M(6 ; 0) gegee.
Die inklinasiehoek gevorm deur die positiwe x-as en KM is θ.
P is die middelpunt van KM.



Bepaal:

1.1 Die gradiënt van KM (2)

1.2 θ (gee jou antwoord tot die naaste graad) (2)

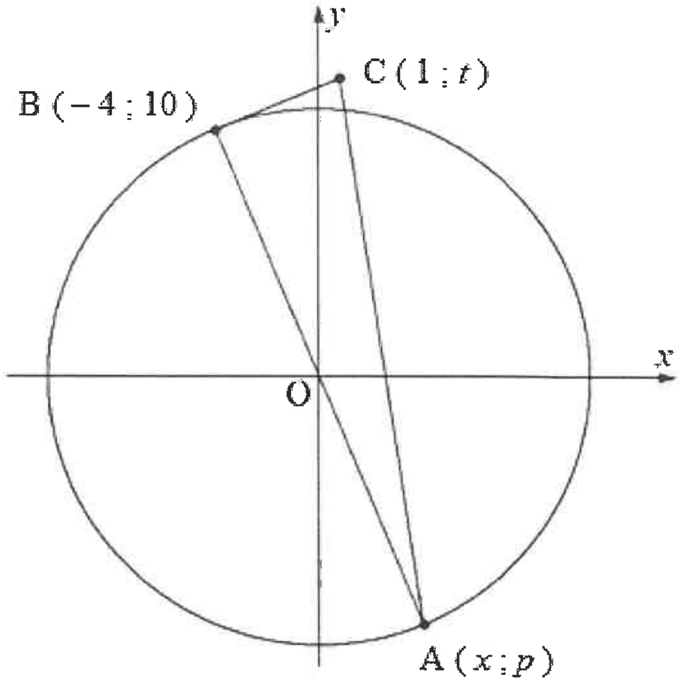
1.3 Die koördinate van P (2)

1.4 Die lengte van LM (in vereenvoudigde wortelvorm) (2)

1.5 Die vergelyking van die lyn parallel aan KL wat deur P gaan in die vorm $y = ...$ (3)
[11]

VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel met punte $A(x\ ;\ p)$ en $B(-4\ ;\ 10)$ op die omtrek van die sirkel.
AOB is die middellyn van die sirkel.
BC is 'n raaklyn aan die sirkel by punt $B(-4\ ;\ 10)$
Punt $C(1\ ;\ t)$ is op beide BC en AC.



2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

2.1.2 Skryf die koördinate van A neer. (2)

2.1.3 Toon dat die gradiënt van BC $\frac{2}{5}$ is. (2)

2.1.4 Bepaal vervolgens die vergelyking van BC in die vorm $y = \ldots$ (2)

2.1.5 Bereken die waarde van t. (2)

2.2 Skets die grafiek gedefinieer deur: $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{4}=1$ (3)

[13]

VRAAG 3

3.1 Gegee: $R = 15{,}8°$ en $K = 74{,}1°$

Bepaal die volgende deur 'n sakrekenaar te gebruik:

3.1.1 $\cos R - \cos 2K$ (2)

3.1.2 $3\operatorname{cosec}\left(\frac{R}{4} + 84°\right)$ (3)

3.2 Indien $\sin 43° = t$, druk die volgende trigonometriese verhoudings in terme van t uit:

3.2.1 $\cos 43°$ (3)

3.2.2 $\sec 47°$ (1)

3.2.3 $\tan 317°$ (3)

3.3 Los op vir x:

$7\cos x - \tan 56° = 0$ vir $x \in [180°; 360°]$ (4)

[16]

VRAAG 4

4.1 Voltooi: $\tan^2 B - \sec^2 B = \ldots$ (1)

4.2 Vereenvoudig die volgende na een trigonometriese verhouding:

$$\cos(360° + x) \cdot \tan^2(180° + x) + \cos(180° - x) \cdot \sec^2(360° - x)$$ (7)

4.3 Toon dat: $\cot(\pi + \theta) - \sec^2\theta \cdot \cot\theta = -\tan\theta$ (4)

[12]

VRAAG 5

Gegee: $f(x)=\sin x+1$ en $g(x)=\cos x$ vir $x\in[0°;360°]$

5.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. Dui duidelik AL die draaipunte, eindpunte en afsnitte met die asse aan. (7)

5.2 Skryf die waardeversameling van f neer. (2)

5.3 Skryf die periode van g neer. (1)

5.4 Bepaal die waardes van x waarvoor:

5.4.1 $g(x)-f(x)=0$ vir $x\in[180°\ ;\ 360°]$ (2)

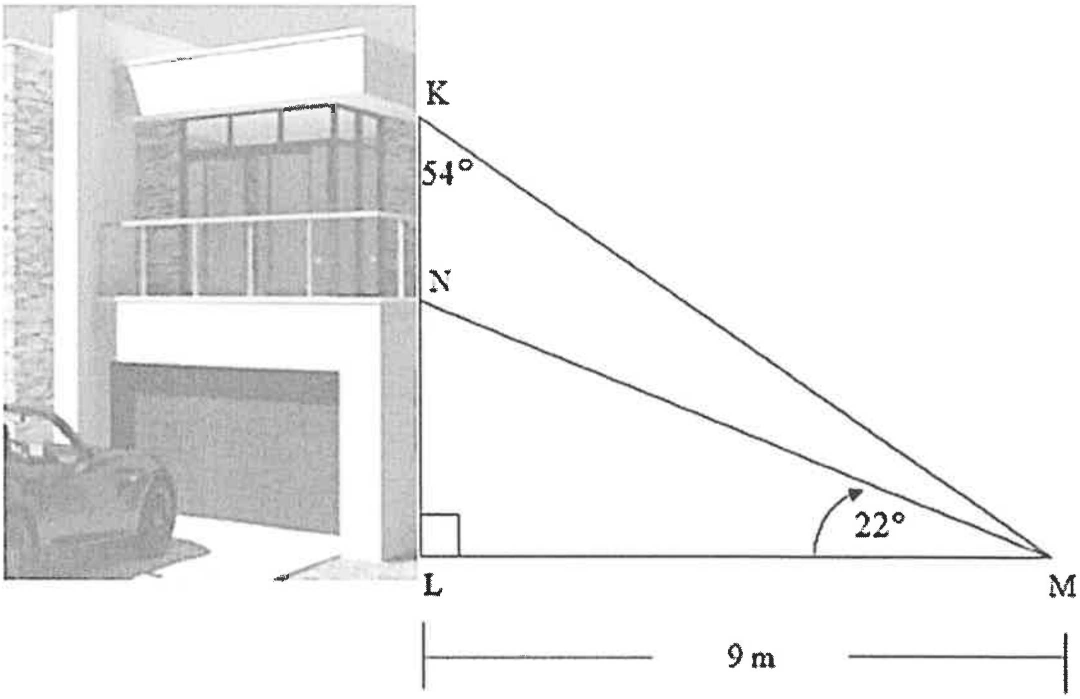
5.4.2 $f(x).g(x)<0$ (2)

[14]

VRAAG 6

6.1 Die prentjie en diagram hieronder toon 'n dubbelverdiepinggebou met L die voet van die gebou.
Twee sekuriteitskameras gaan aan die kant (KL) van die dubbelverdiepinggebou geïnstalleer word by punte K en N. Die kameras sal op die hek by M, 9 m vanaf die gebou, gefokus wees.
M en L lê op dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek van N vanaf M is 22°

$L\hat{K}M = 54°$



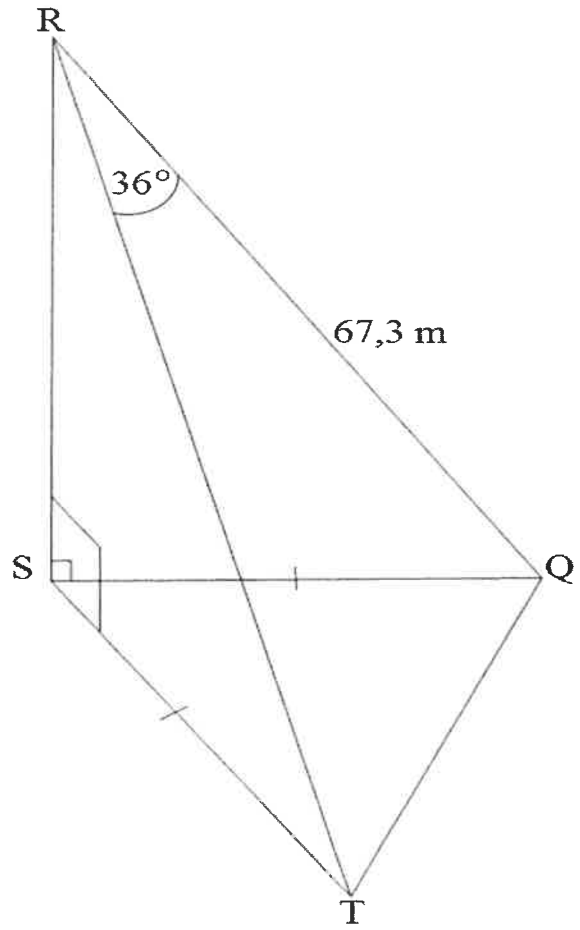
Bepaal, korrek tot EEN desimale plek indien nodig:

6.1.1 Die lengte van LN (2)

6.1.2 KN, die afstand tussen die twee kameras (3)

6.2 In die diagram hieronder verteenwoordig RS 'n vertikale toring. 'n Man staan op die boonste punt van die toring en neem twee motors, T en Q, waar.
Die twee motors is ewe ver van S af.
S, T en Q lê op dieselfde horisontale vlak.

$T\hat{R}Q = 36°$
$RQ = 67{,}3$ m



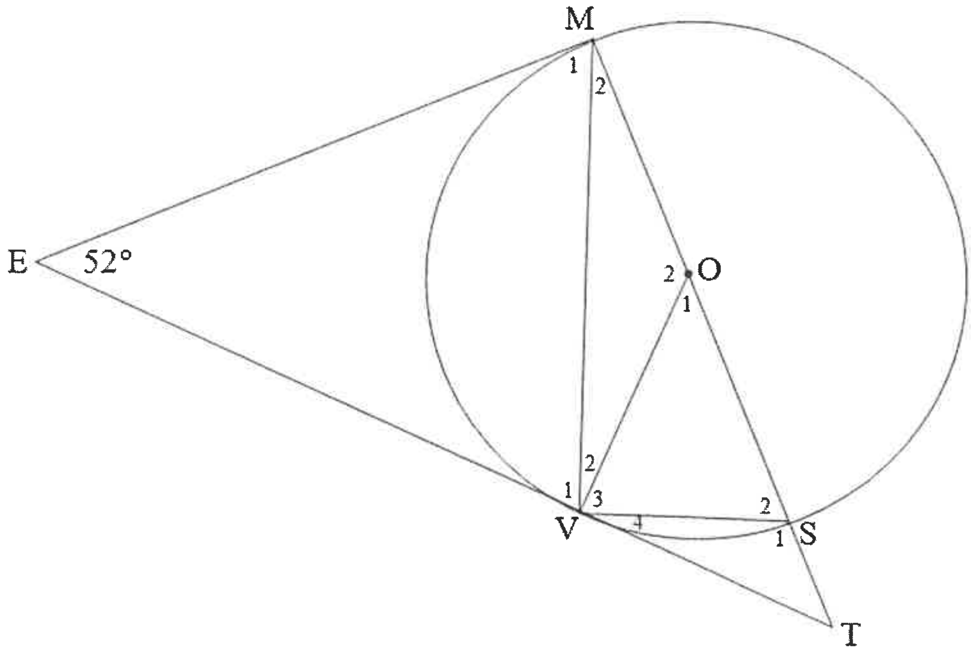
Bepaal QT, die afstand tussen die twee motors. (4)
[9]

VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Twee raaklyne wat van dieselfde punt buite die sirkel na die sirkel getrek word ... (1)

7.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel MVS.
EM en EV is raaklyne aan die sirkel by M en V onderskeidelik. MOS is 'n middellyn.
Raaklyn EV en middellyn MS word verleng na T.
$\hat{E} = 52°$



7.2.1 Gee 'n rede waarom $E\hat{M}O = 90°$ (1)

7.2.2 Bepaal, met redes, die grootte van ELK van die volgende hoeke:

(a) $\hat{V}_1$ (2)

(b) $\hat{S}_2$ (2)

(c) $\hat{O}_1$ (3)

(d) $\hat{V}_4$ (3)

(e) $\hat{T}$ (2)

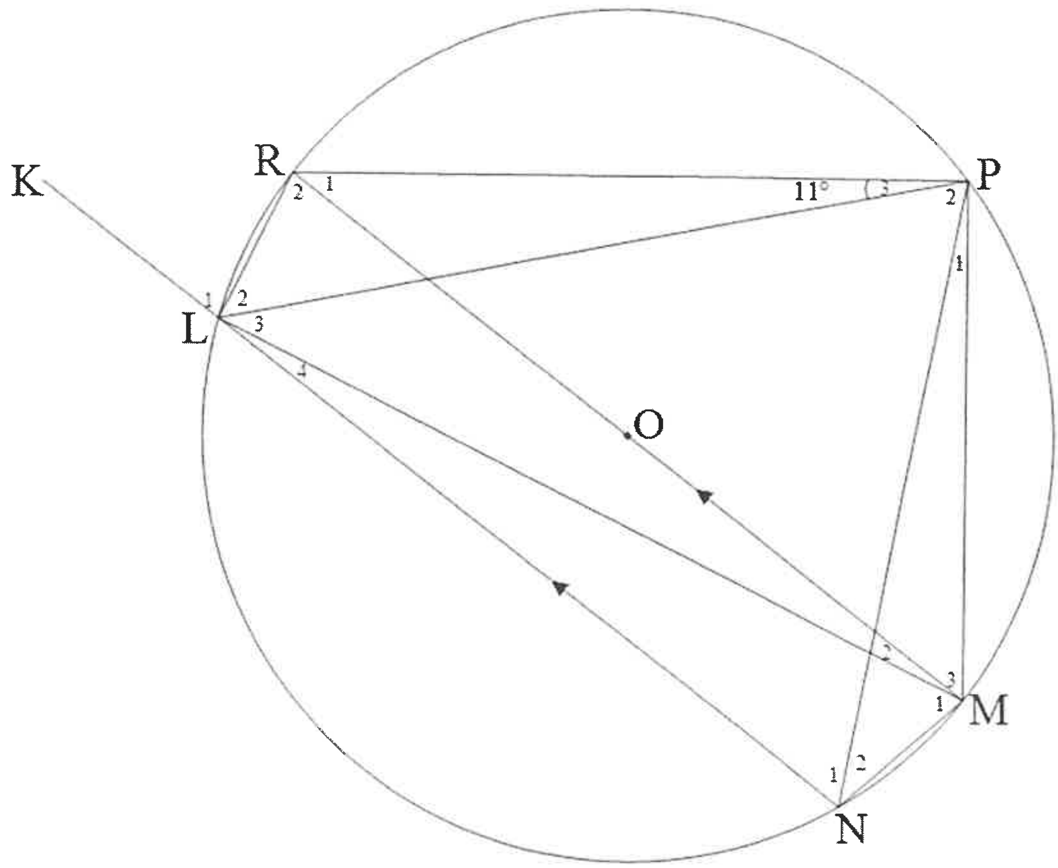
[14]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

Die buitehoek van 'n koordevierhoek is gelyk aan ... (1)

8.2 Die diagram hieronder toon 'n sirkel PRLNM met middelpunt O.
ROM is 'n middellyn en NL is verleng na K.
LN || RM
$\hat{P}_3 = 11°$



8.2.1 Gee 'n rede waarom $M\hat{P}R = 90°$ (1)

8.2.2 Bepaal, met redes, DRIE ander hoeke wat elk aan $11°$ gelyk is. (4)

8.2.3 Gee 'n rede waarom $LR = NM$ (2)

8.2.4 Bepaal die grootte van $\hat{M}_1$. (4)

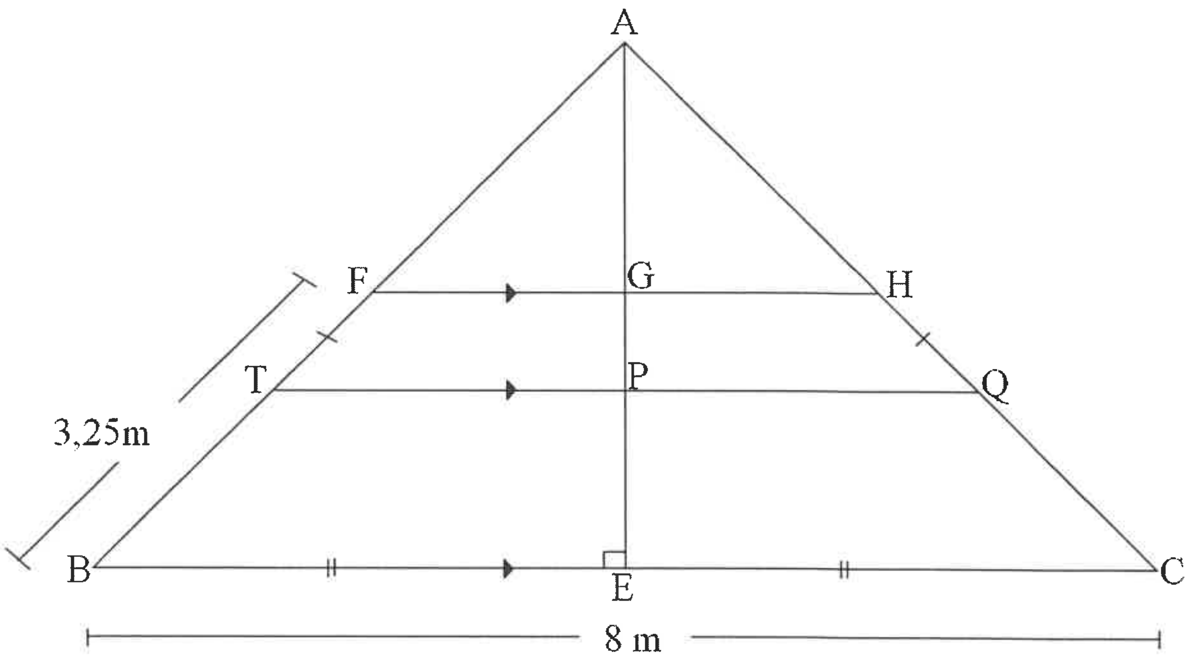
8.2.5 Bepaal die grootte van $\hat{L}_1$. (2)
[14]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling:

'n Lyn parallel aan een sy van 'n driehoek … (1)

9.2 In die diagram hieronder is ΔABC getrek met $AE \perp BC$
F en T lê op AB en H en Q lê op AC.
FGH || TPQ || BEC
AB = AC en BE = EC
BEC = 8 m en FB = 3,25 m



9.2.1 Gee 'n rede waarom $\Delta ABE \equiv \Delta ACE$ (1)

9.2.2 Skryf die lengte van BE neer. (1)

9.2.3 Indien dit verder gegee word dat AE = 3 m en $\frac{AP}{AE} = \frac{2}{3}$, bepaal met redes:

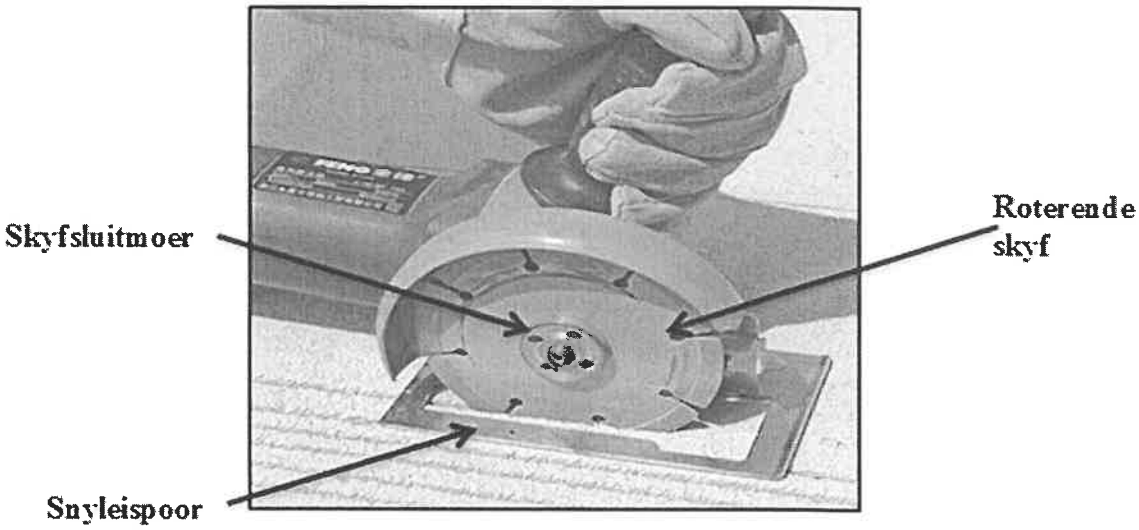
(a) Die lengte van AB (2)

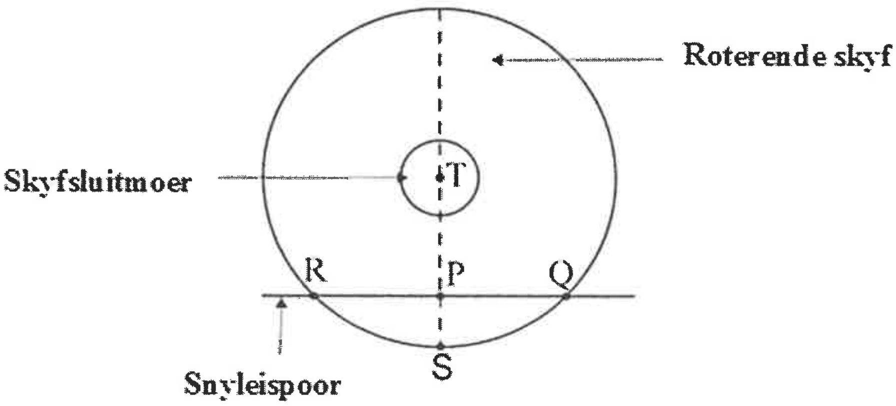
(b) Die lengte van AT (3)

9.2.4 Bepaal vervolgens die lengte van FT. (3)
[11]

VRAAG 10

10.1 Die prentjie hieronder toon 'n hoekslyper wat deur 'n granietblad sny. Die middellyn van die roterende skyf is 115 mm en dit is gestel op 'n rotasiefrekwensie van 2 700 omwentelinge per minuut. Die diagram onder die prentjie beeld die situasie uit. T is die middelpunt van beide sirkels wat die roterende skyf en die skyfsluitmoer onderskeidelik aandui.



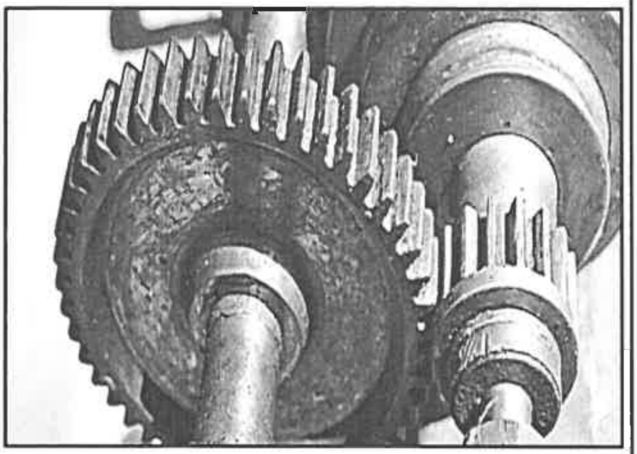


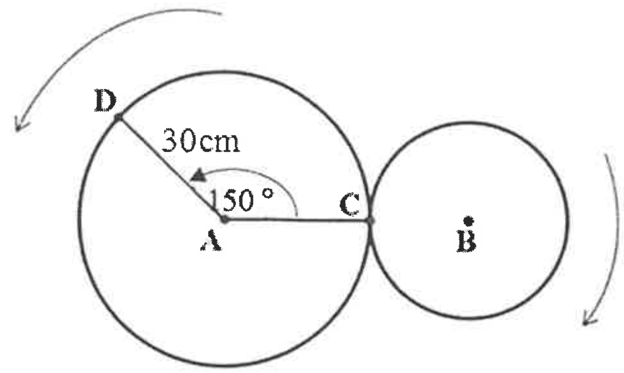
Bepaal:

10.1.1 Die hoeksnelheid (in radiaal per sekonde) van die roterende skyf (4)

10.1.2 Die lengte van PS (die hoogte van die klein segment van koord RQ) as die lengte van koord RQ 55 mm is (Rond jou antwoord tot die naaste millimeter af.) (4)

10.2 Die prentjie hieronder toon twee ratte wat inkam. Die diagram langs die prentjie toon die twee ingekamde ratte. Wanneer die groter rat (middelpunt A), met 'n radius van 30 cm, roteer, veroorsaak dit dat die kleiner rat (middelpunt B) in die teenoorgestelde rigting roteer. Die twee ratte is in kontak by punt C na 'n $150°$-rotasie van die groter rat.





10.2.1 Herlei $150°$ na radiale. (1)

10.2.2 Bereken die oppervlakte (area) van die klein sektor, DAC. (3)

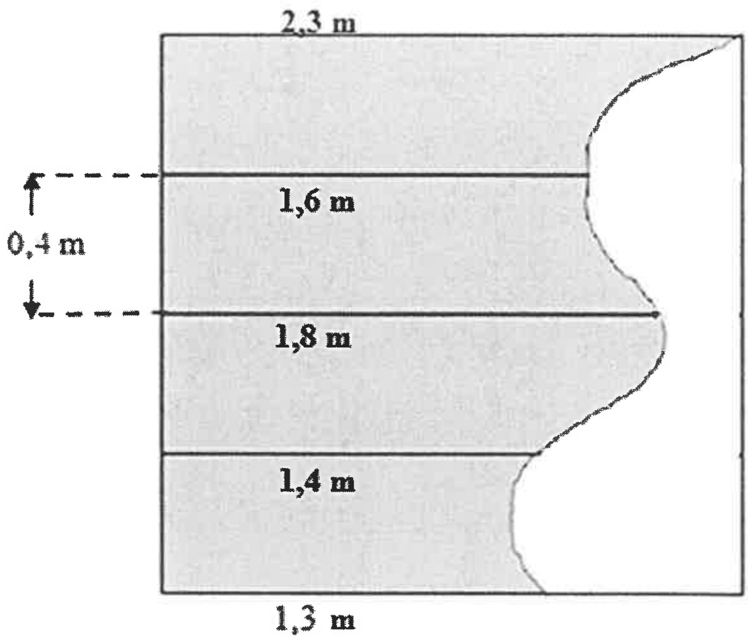
10.2.3 Bepaal die lengte van die klein boog, DC. (3)

10.2.4 Bepaal die lengte van die radius van die kleiner rat as 'n $150°$-rotasie van die groter rat veroorsaak dat die kleiner rat $1\frac{1}{2}$ omwentelinge maak. (4)

[19]

VRAAG 11

11.1 Die diagram hieronder toon 'n reghoekige tuin met 'n onreëlmatige gearseerde stukkie wat met gras bedek moet word.
Gras word in die vorm van reghoekige stukke met 'n breedte van 0,4 m en 'n lengte van 2,3 m verkoop.
Die reguit kant van die onreëlmatige stukkie is verdeel in 4 gelyke dele met 'n lengte van 0,4 m en die ordinate is 2,3 m; 1,6 m; 1,8 m; 1,4 m en 1,3 m.



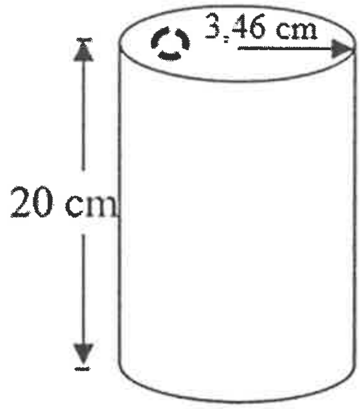
11.1.1 Bepaal die oppervlakte van die onreëlmatige stukkie wat met gras bedek moet word deur die middelordinaatreël te gebruik. (4)

11.1.2 Die gras word teen R106,80 per vierkante meter verkoop. Bepaal die geld wat vermors sal word indien die afsnysels weggegooi word. (4)

11.2 'n 25 liter-houer-saniteermiddel word aan 'n klas toegeken. 'n Silindriese bottel word dan vanuit hierdie 25 liter-houer aangevul.

- Die hoogte van die silindriese bottel is 20 cm en die radius is 3,46 cm.
- Die silindriese bottel het 'n opening bo met 'n buite-oppervlakte van $0{,}45\ \text{cm}^2$.

25 liter-houer



Silindriese bottel

Totale buite-oppervlakte (area) van 'n geslote silinder $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$
Volume van 'n silinder $= \pi r^2 h$
1 liter $= 1\ 000\ \text{cm}^3$

11.2.1 Bereken die totale buite-oppervlakte (area) van die silindriese bottel. (4)

11.2.2 Indien een silindriese bottel gebruik word tot dit leeg is, bepaal hoeveel keer die bottel met saniteermiddel gevul kan word. (5)
[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni) \qquad A = P(1 - ni) \qquad A = P(1 + i)^n \qquad A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1 \qquad \int k x^n \, dx = k.\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \quad x > 0 \qquad \int \frac{k}{x} dx = k.\ln x + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0 \qquad \int k a^{nx} \, dx = k.\frac{a^{nx}}{n \ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \tan\theta = m$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In ΔABC: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - bc.\cos A$

oppervlakte van $\Delta\ ABC = \dfrac{1}{2} ab.\sin C$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \qquad 1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n$ waar n = rotasiefrekwensie

Hoeksnelheid $= \omega = 360°n$ waar n = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi D n$ waar D = middellyn en n = rotasiefrekwensie

Booglengte $= s = r\theta$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{rs}{2}$ waar r = radius en s = booglengte en

Oppervlakte van 'n sektor $= \dfrac{r^2\theta}{2}$ waar r = radius en θ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar h = hoogte van segment, d = middellyn van sirkel en x = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar a = gelyke dele, $m_1 = \dfrac{o_1 + o_2}{2}$ en n = aantal ordinate

OF

$A_T = a\left(\dfrac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar a = gelyke dele, $o_i = i^{de}$ ordinaat en n = aantal ordinate