basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2016

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n 25 bladsy-antwoordeboek.

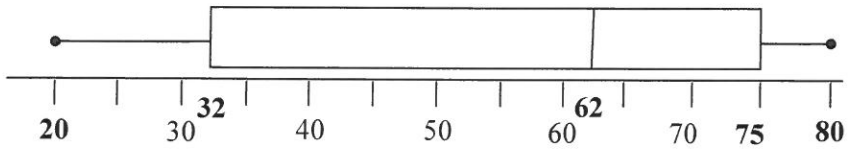
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel begin beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Antwoorde alleenlik sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n INLIGTINGSBLAD met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die mond-en-snordiagram hieronder toon die punte (uit 80) wat 'n klas van nege leerders in 'n Geskiedenistoets behaal het.



1.1 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)

1.2 Skryf die omvang (variasiewydte) neer van die punte wat behaal is. (2)

1.3 Indien die leerders 32 punte moes behaal het om die toets te slaag, beraam watter persentasie van die klas die toets gedruip het. (2)

1.4 In stygende volgorde is die tweede punt 28, die derde punt 36 en die sesde punt 69. Die sewende en agste punte is dieselfde. Die gemiddelde punt vir hierdie toets is 54.

	28	36			69			

Vul die punte van die oorblywende leerders in stygende volgorde in. (6)
[11]

VRAAG 2

'n Maatskappy het die getal boodskappe aangeteken wat oor 'n tydperk van 60 werksdae per e-pos gestuur is. Die data word in die tabel hieronder getoon.

GETAL BOODSKAPPE	GETAL DAE
$10 < x \leq 20$	2
$20 < x \leq 30$	8
$30 < x \leq 40$	5
$40 < x \leq 50$	10
$50 < x \leq 60$	12
$60 < x \leq 70$	18
$70 < x \leq 80$	3
$80 < x \leq 90$	2

2.1 Benader die gemiddelde getal boodskappe wat per dag gestuur is, afgerond tot TWEE desimale plekke. (3)

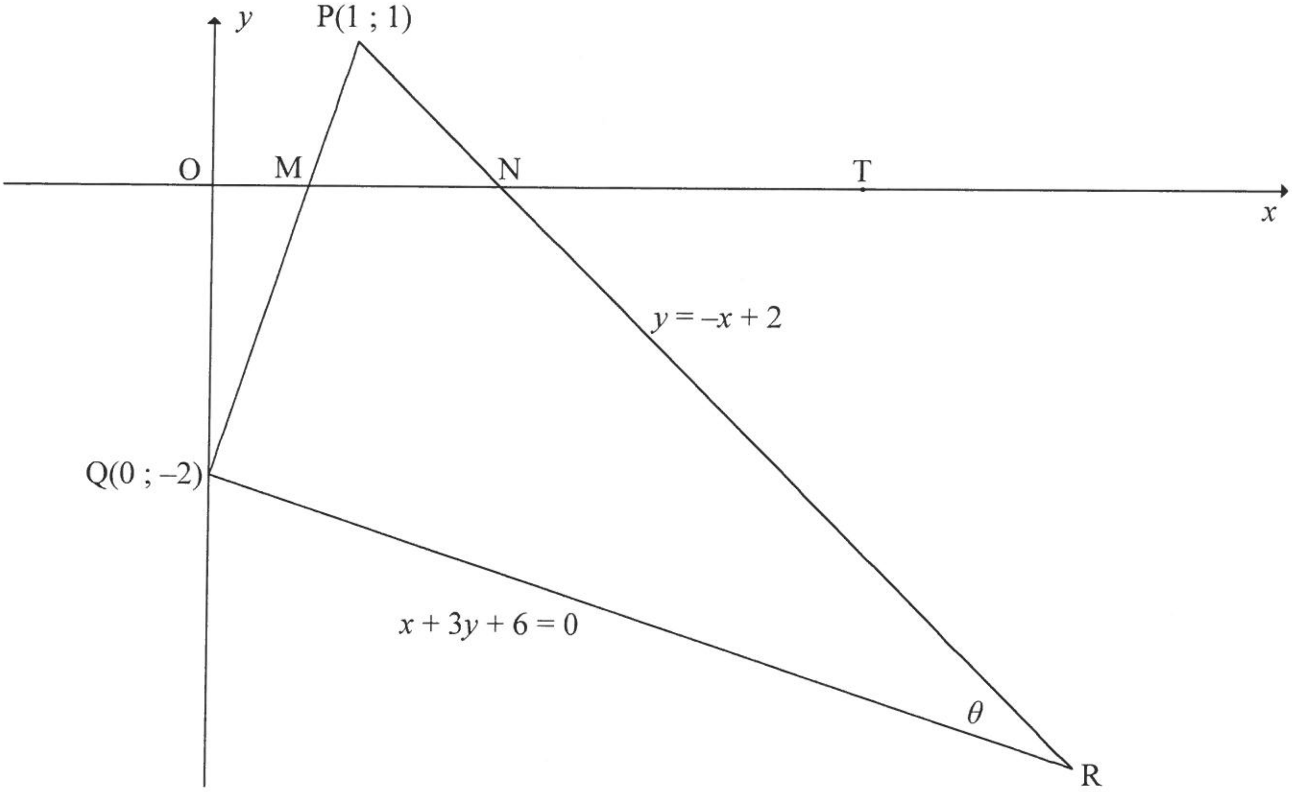
2.2 Teken 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) van die data op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (4)

2.3 Benader vervolgens die getal dae waarop 65 of meer boodskappe gestuur is. (2)

[9]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is P(1 ; 1), Q(0 ; –2) en R die hoekpunte van 'n driehoek en $P\hat{R}Q = \theta$. Die x-afsnitte van PQ en PR is M en N onderskeidelik. Die vergelykings van die sye PR en QR is $y = -x + 2$ en $x + 3y + 6 = 0$ onderskeidelik. T is 'n punt op die x-as, soos getoon.

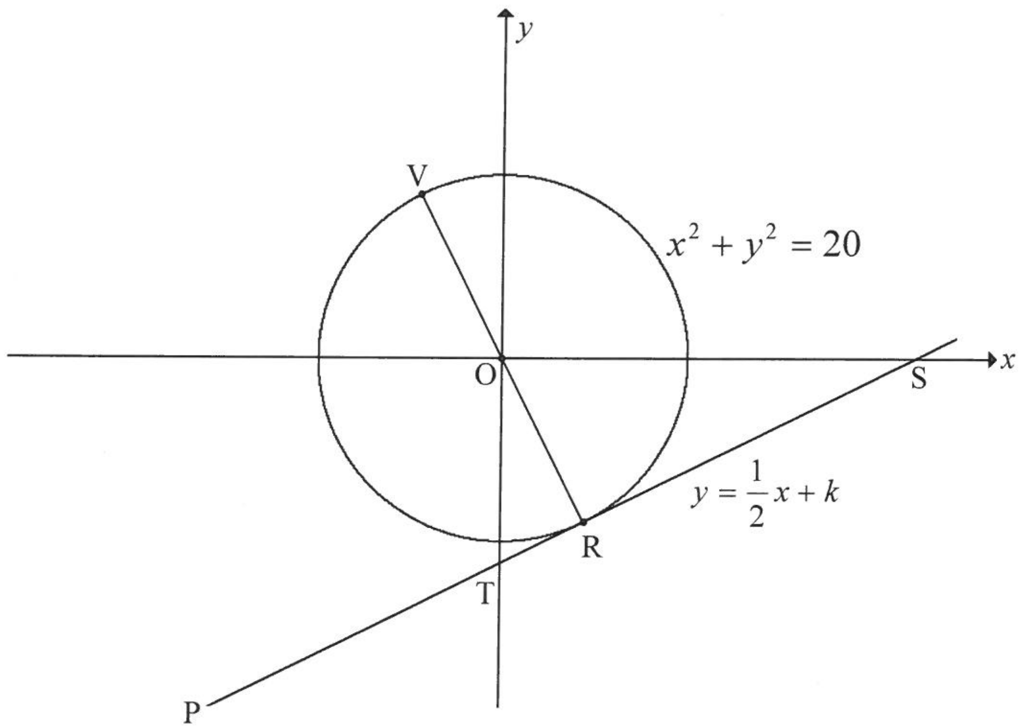


3.1	Bepaal die gradiënt van QP.	(2)
3.2	Bewys dat $P\hat{Q}R = 90°$.	(2)
3.3	Bepaal die koördinate van R.	(3)
3.4	Bereken die lengte van PR. Laat jou antwoord in wortelvorm.	(2)
3.5	Bepaal die vergelyking van 'n sirkel wat deur P, Q en R gaan in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.	(6)
3.6	Bepaal die vergelyking van 'n raaklyn aan die sirkel wat deur P, Q en R by punt P gaan, in die vorm $y = mx + c$.	(3)
3.7	Bereken die grootte van θ.	(5)

[23]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is $x^2 + y^2 = 20$ die vergelyking van die sirkel met middelpunt O. Die raaklyn PRS aan die sirkel by R het die vergelyking $y = \frac{1}{2}x + k$. PRS sny die y-as by T en die x-as by S.



4.1 Bepaal, met redes, die vergelyking van OR in die vorm $y = mx + c$. (3)

4.2 Bepaal die koördinate van R. (4)

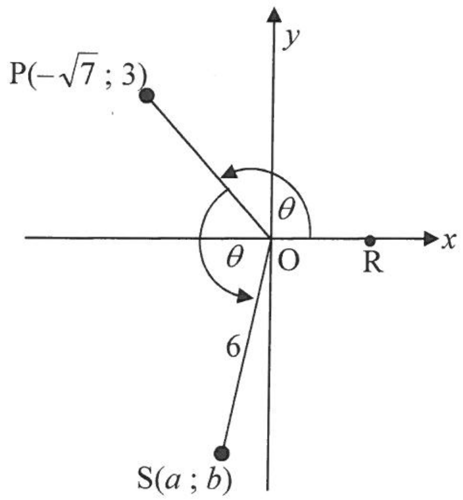
4.3 Bepaal die oppervlakte van ΔOTS, gegee dat R$(2 ; -4)$. (6)

4.4 Bereken die lengte van VT. (4)

[17]

VRAAG 5

5.1 P$(-\sqrt{7}\,;3)$ en S$(a\,;b)$ is punte in die Cartesiese vlak soos in die diagram hieronder getoon. $\hat{POR} = \hat{POS} = \theta$ en OS = 6.



Bepaal, SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van:

5.1.1 $\tan\theta$ (1)

5.1.2 $\sin(-\theta)$ (3)

5.1.3 a (4)

5.2 5.2.1 Vereenvoudig $\dfrac{4\sin x\cos x}{2\sin^2 x-1}$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (3)

5.2.2 Bereken vervolgens die waarde van $\dfrac{4\sin 15°\cos 15°}{2\sin^2 15°-1}$ SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik. (Laat jou antwoord in die eenvoudigste wortelvorm.) (2)

[13]

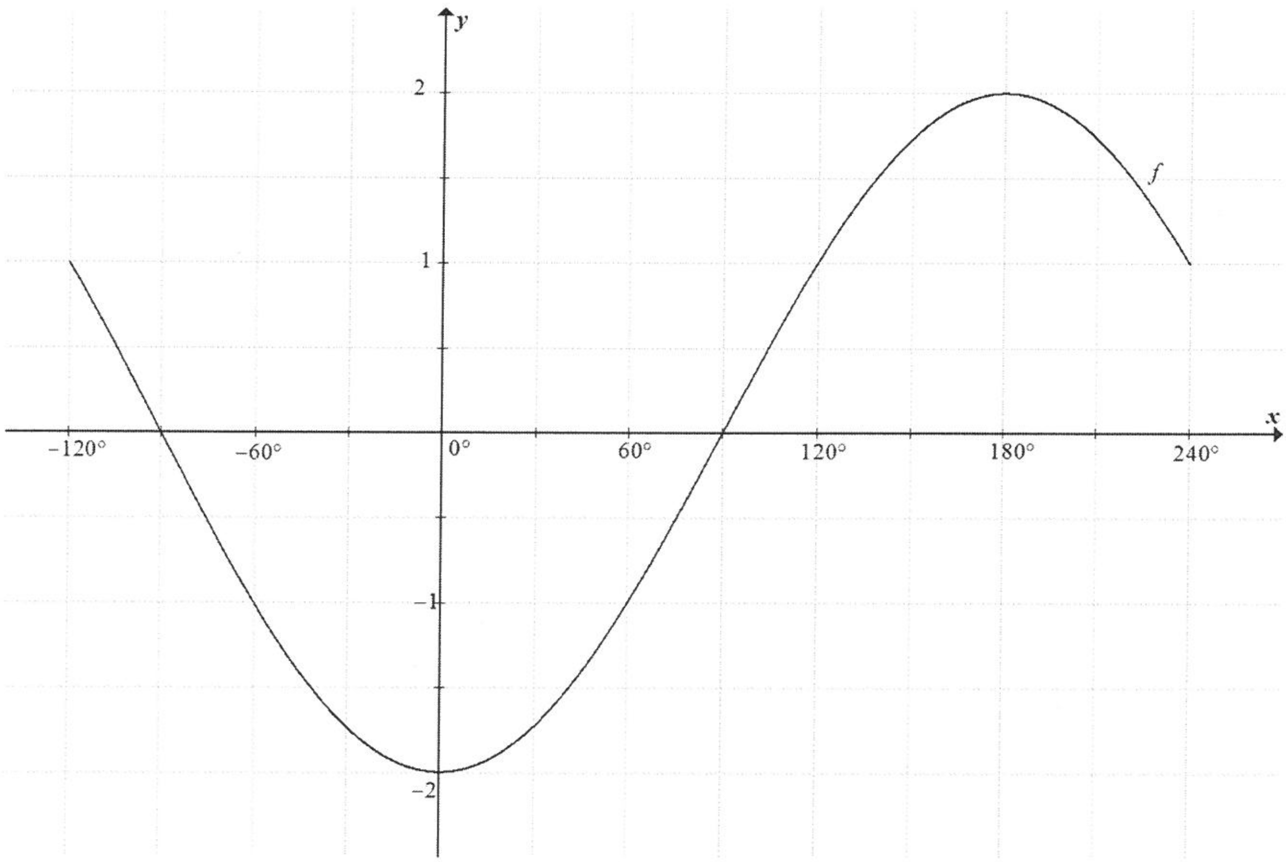
VRAAG 6

Gegee die vergelyking: $\sin(x + 60°) + 2\cos x = 0$

6.1 Toon dat die vergelyking ook as $\tan x = -4 - \sqrt{3}$ geskryf kan word. (4)

6.2 Bepaal die oplossings van die vergelyking $\sin(x + 60°) + 2\cos x = 0$ in die interval $-180° \leq x \leq 180°$. (3)

6.3 In die diagram hieronder is die grafiek van $f(x) = -2\cos x$ vir $-120° \leq x \leq 240°$ geskets.



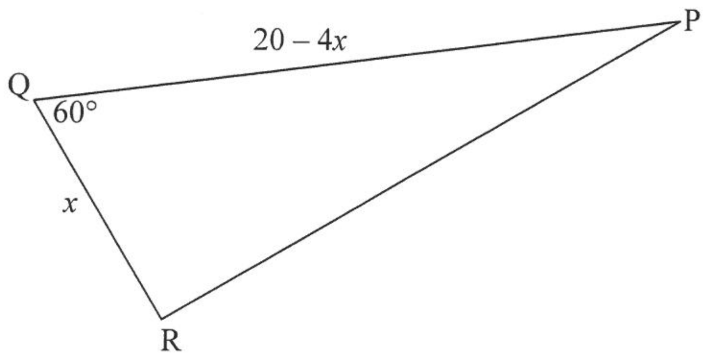
6.3.1 Skets die grafiek van $g(x) = \sin(x + 60°)$ vir $-120° \leq x \leq 240°$ op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (3)

6.3.2 Bepaal die waardes van x in die interval $-120° \leq x \leq 240°$ waarvoor $\sin(x + 60°) + 2\cos x > 0$. (3)

[13]

VRAAG 7

7.1 In die diagram hieronder is ΔPQR geskets met $PQ = 20 - 4x$, $RQ = x$ en $\hat{Q} = 60°$.

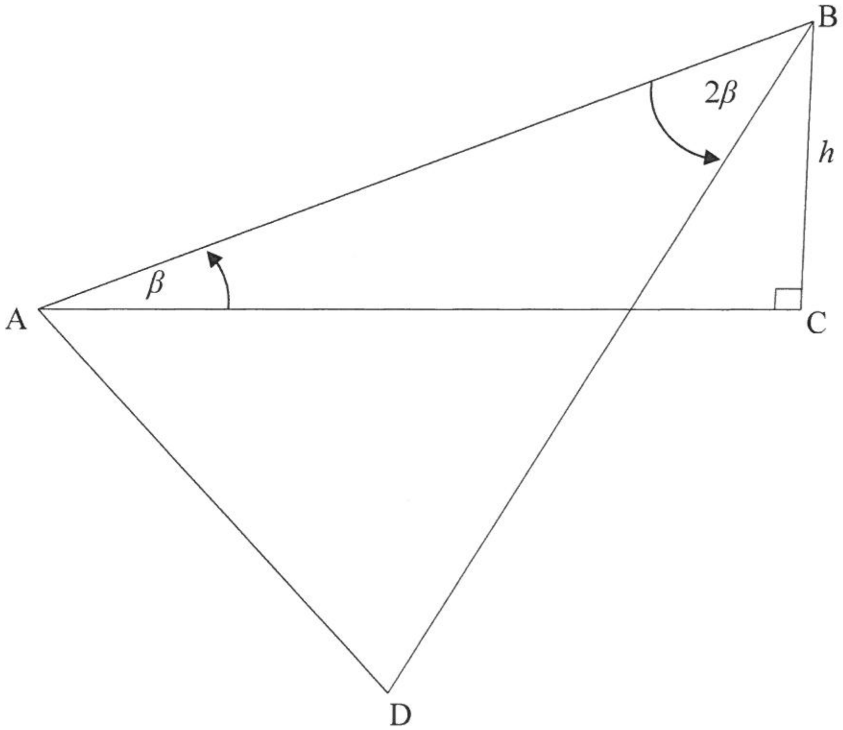


7.1.1 Toon dat die oppervlakte van $\Delta PQR = 5\sqrt{3}x - \sqrt{3}x^2$. (2)

7.1.2 Bepaal die waarde van x waarvoor die oppervlakte van ΔPQR 'n maksimum sal wees. (3)

7.1.3 Bereken die lengte van PR indien die oppervlakte van ΔPQR 'n maksimum is. (3)

7.2 In die diagram hieronder is BC 'n mas wat deur twee kabels by A en D geanker is. A, D en C is in dieselfde horisontale vlak. Die hoogte van die mas is h en die hoogtehoek vanaf A na die bopunt van die mas, B, is β. $A\hat{B}D = 2\beta$ en $BA = BD$.



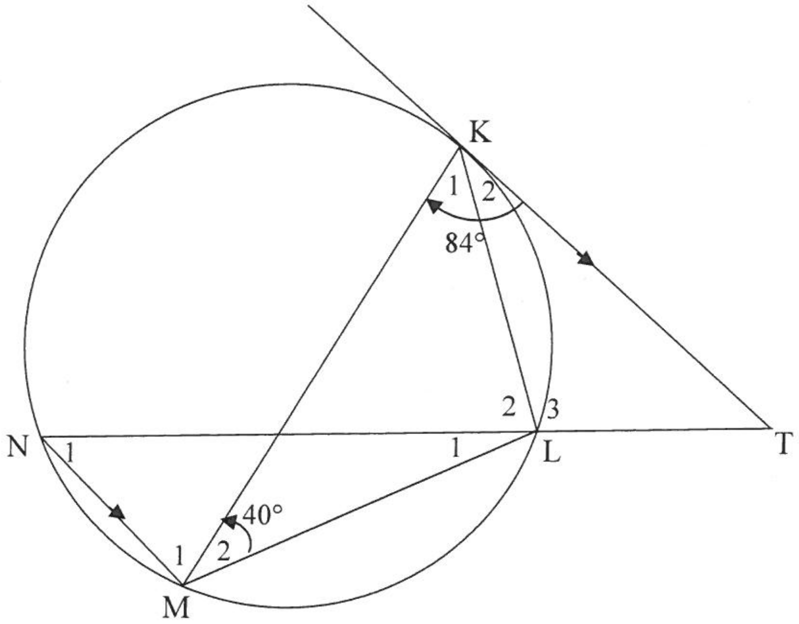
Bepaal die afstand AD tussen die twee ankerpunte in terme van h. (7)

[15]

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAAG 8, 9 en 10.

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is raaklyn KT aan die sirkel by K ewewydig aan die koord NM. NT sny die sirkel by L. ΔKML is getrek. $\hat{M}_2 = 40°$ en $M\hat{K}T = 84°$.



Bepaal, met redes, die grootte van:

8.1.1 $\hat{K}_2$ (2)

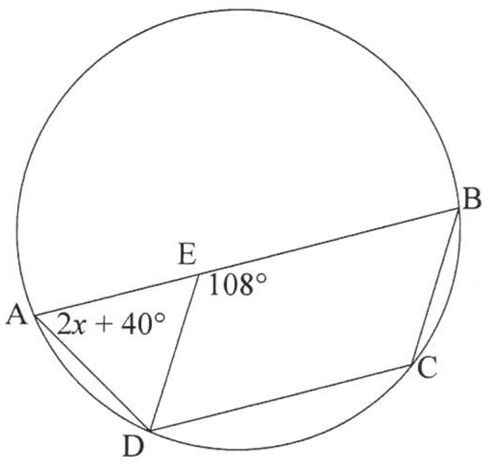
8.1.2 $\hat{N}_1$ (3)

8.1.3 $\hat{T}$ (2)

8.1.4 $\hat{L}_2$ (2)

8.1.5 $\hat{L}_1$ (1)

8.2 In die diagram hieronder is AB en DC koorde van 'n sirkel. E is 'n punt op AB sodat BCDE 'n parallelogram vorm. $D\hat{E}B = 108°$ en $D\hat{A}E = 2x + 40°$.

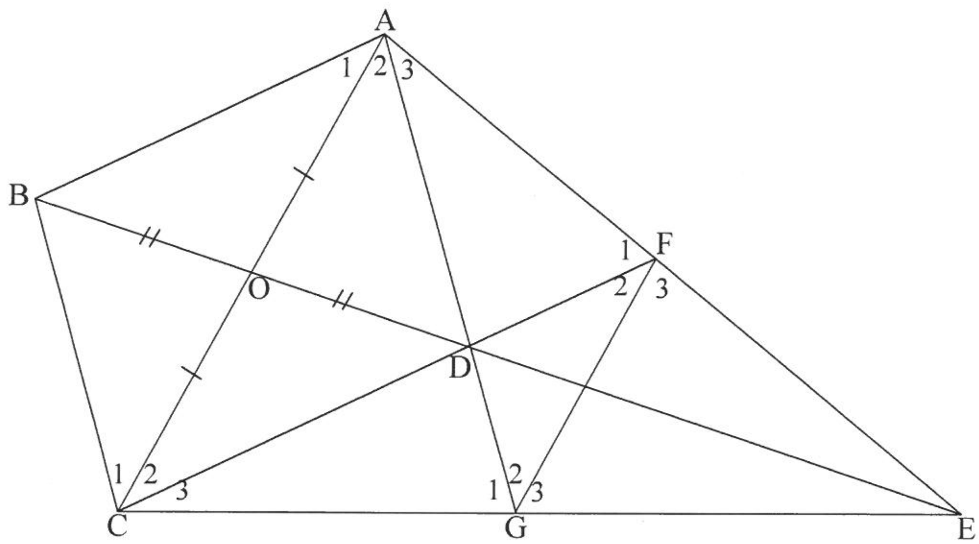


Bereken, met redes, die waarde van x. (5)

[15]

VRAAG 9

In die diagram hieronder halveer EO die sy AC van ΔACE. EDO is verleng na B sodat BO = OD. AD en CD verleng, ontmoet EC en EA by G en F onderskeidelik.



9.1 Gee 'n rede waarom ABCD 'n parallelogram is. (1)

9.2 Skryf neer, met redes, TWEE verhoudings wat elk aan $\frac{ED}{DB}$ gelyk is. (4)

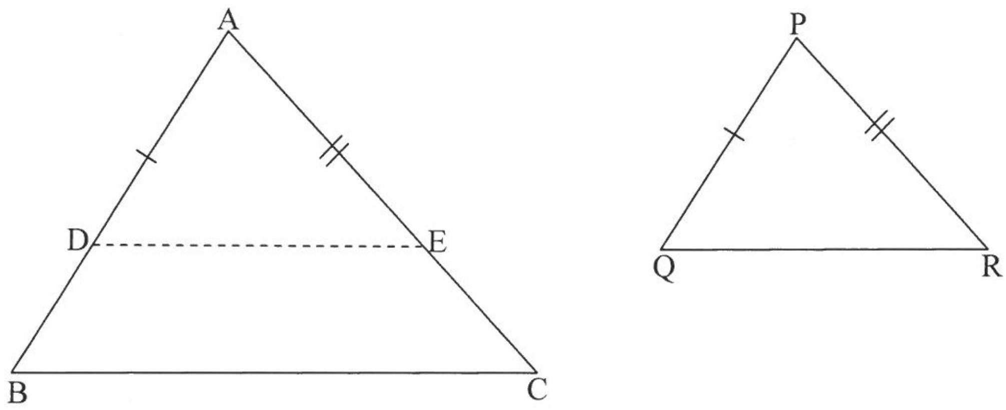
9.3 Bewys dat $\hat{A}_1 = \hat{F}_2$. (5)

9.4 Dit word verder gegee dat ABCD 'n ruit is. Bewys dat ACGF 'n koordevierhoek is. (3)

[13]

VRAAG 10

10.1 In die diagram hieronder word ΔABC en ΔPQR gegee met $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ en $\hat{C} = \hat{R}$.



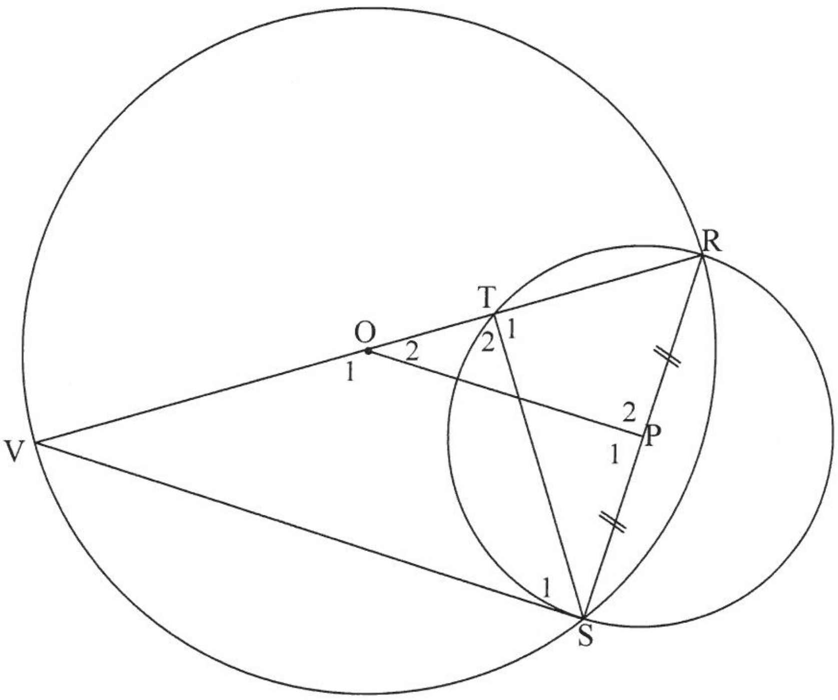
DE word getrek sodat $AD = PQ$ en $AE = PR$.

10.1.1 Bewys dat $\Delta ADE \equiv \Delta PQR$. (2)

10.1.2 Bewys dat $DE \parallel BC$. (3)

10.1.3 Bewys vervolgens dat $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$. (2)

10.2 In die diagram hieronder is VR 'n middellyn van 'n sirkel met middelpunt O. S is enige punt op die omtrek. P is die middelpunt van RS. Die sirkel met RS as middellyn sny VR by T. ST, OP en SV is geteken.



10.2.1	Waarom is OP $\perp$ PS?	(1)
10.2.2	Bewys dat ΔROP ||| ΔRVS.	(4)
10.2.3	Bewys dat ΔRVS ||| ΔRST.	(3)
10.2.4	Bewys dat $ST^2 = VT \cdot TR$.	(6)
		[21]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$area\,\Delta \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$