basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2015

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye en 1 inligtingsblad.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 - x - 20 = 0$ (2)

1.1.2 $2x^2 - 11x + 7 = 0$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (3)

1.1.3 $5x^2 + 4 > 21x$ (5)

1.1.4 $2^{2x} - 6.2^x = 16$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$y + 1 = 2x$
$x^2 - xy + y^2 = 7$ (6)

1.3 Die wortels van 'n kwadratiese vergelyking word gegee deur $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{20 + 8k}}{6}$, waar $k \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

1.3.1 Skryf TWEE waardes van k neer waarvoor die wortels rasionaal sal wees. (2)

1.3.2 Skryf EEN waarde van k neer waarvoor die wortels nie-reëel sal wees. (1)

1.4 Bereken a en b indien $\sqrt{\dfrac{7^{2014} - 7^{2012}}{12}} = a\left(7^b\right)$ en a nie 'n veelvoud van 7 is nie. (4)
[27]

VRAAG 2

2.1 Bewys dat in enige rekenkundige reeks waarvan die eerste term a is en waar die konstante verskil d is, die som van die eerste n terme deur $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ gegee word. (4)

2.2 Bereken die waarde van $\sum_{k=1}^{50}(100 - 3k)$. (4)

2.3 'n Kwadratiese ry word met die volgende eienskappe gedefinieer:

$$T_2 - T_1 = 7$$
$$T_3 - T_2 = 13$$
$$T_4 - T_3 = 19$$

2.3.1 Skryf die waarde neer van:

(a) $T_5 - T_4$ (1)

(b) $T_{70} - T_{69}$ (3)

2.3.2 Bereken die waarde van T_{69} indien $T_{89} = 23\,594$. (5)

[17]

VRAAG 3

Beskou die oneindige meetkundige reeks: 45 + 40,5 + 36,45 + …

3.1 Bereken die waarde van die TWAALFDE term van die reeks (korrek tot TWEE desimale plekke). (3)

3.2 Verduidelik waarom die reeks konvergeer. (1)

3.3 Bepaal die som tot oneindigheid van die reeks. (2)

3.4 Wat is die kleinste waarde van n waarvoor $S_\infty - S_n < 1$? (5)

[11]

VRAAG 4

Gegee: $g(x)=\dfrac{6}{x+2}-1$

4.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van g neer. (2)

4.2 Bereken:

4.2.1 Die y-afsnit van g (1)

4.2.2 Die x-afsnit van g (2)

4.3 Teken die grafiek van g en dui die asimptote en die afsnitte met die asse duidelik aan. (3)

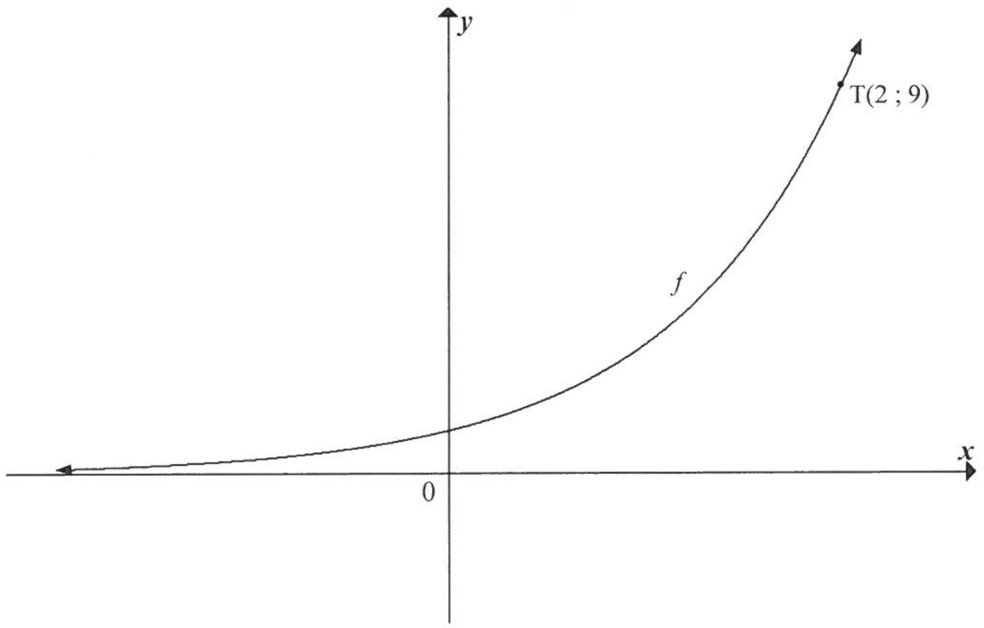
4.4 Bepaal die vergelyking van die lyn van simmetrie wat 'n negatiewe gradiënt het, in die vorm $y = \ldots$ (3)

4.5 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $\dfrac{6}{x+2}-1\geq -x-3$. (2)

[13]

VRAAG 5

Die grafiek van $f(x)=a^x$, $a>1$ word hieronder aangetoon. T(2 ; 9) lê op f.



5.1 Bereken die waarde van a. (2)

5.2 Bepaal die vergelyking van $g(x)$ indien $g(x)=f(-x)$. (1)

5.3 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $f^{-1}(x)\geq 2$. (2)

5.4 Is die inverse van f 'n funksie? Verduidelik jou antwoord. (2)

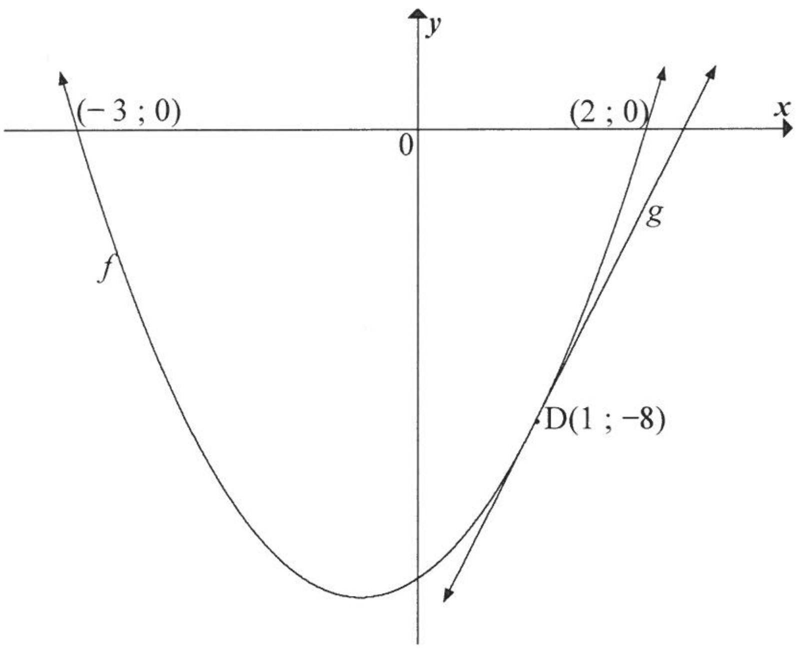
[7]

VRAAG 6

Die grafieke van $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ en $g(x) = mx + k$ is hieronder geteken.

D(1 ; – 8) is 'n gemeenskaplike punt op f en g.

- f sny die x-as by (– 3 ; 0) en (2 ; 0).
- g is die raaklyn aan f by D.



6.1 Vir watter waarde(s) van x is $f(x) \leq 0$? (2)

6.2 Bepaal die waardes van a, b en c. (5)

6.3 Bepaal die koördinate van die draaipunt van f. (3)

6.4 Skryf die vergelyking van die simmetrie-as van h neer indien $h(x) = f(x - 7) + 2$. (2)

6.5 Bereken die gradiënt van g. (3)

[15]

VRAAG 7

7.1 Nomsa het op 1 Januarie 1970 begin werk. Aan die einde van Januarie 1970 en aan die einde van elke maand daarna, het sy R400 in 'n annuïteitsfonds gedeponeer. Sy het daarmee volgehou totdat sy op 31 Desember 2013 afgetree het.

7.1.1 Bepaal die totale bedrag geld wat sy in die fonds inbetaal het. (2)

7.1.2 Die rentekoers van hierdie fonds was 8% p.j., maandeliks saamgestel. Bereken die waarde van die fonds met haar aftrede. (5)

7.1.3 Op 1 Januarie 2014 belê Nomsa R2 miljoen in 'n rekening wat 10% p.j. rente betaal, maandeliks saamgestel. Nomsa onttrek aan die einde van elke maand 'n vaste bedrag uit die rekening en begin hiermee op 31 Januarie 2014. Indien Nomsa vir 25 jaar lank maandelikse onttrekkings uit hierdie rekening wil maak, bereken die maksimum bedrag wat sy aan die einde van elke maand kan onttrek. (4)

7.2 Vir elk van die drie jaar vanaf 2010 tot 2012 het die bevolking van dorp X met 8% per jaar gedaal en die bevolking van dorp Y het met 12% per jaar gestyg.

Aan die einde van 2012 was die bevolkings van hierdie twee dorpe dieselfde.

Bepaal die verhouding van die bevolking van dorp X (noem dit P_X) tot die bevolking van dorp Y (noem dit P_Y) aan die begin van 2010. (4)

[15]

VRAAG 8

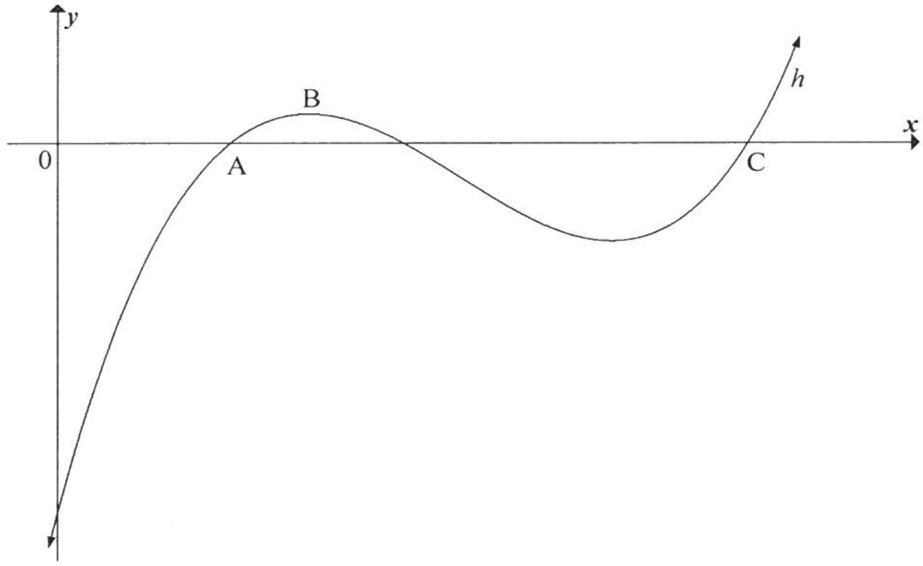
8.1 Bepaal die afgeleide van $f(x) = 2x^2 + 4$ vanuit eerste beginsels. (4)

8.2 Differensieer:

8.2.1 $f(x) = -3x^2 + 5\sqrt{x}$ (3)

8.2.2 $p(x) = \left(\frac{1}{x^3} + 4x\right)^2$ (4)

8.3 Die skets hieronder toon die grafiek van $h(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$ aan. Die x-koördinaat van punt A is 1. C is 'n ander x-afsnit van h.



8.3.1 Bepaal $h'(x)$. (1)

8.3.2 Bepaal die x-koördinaat van die draaipunt B. (3)

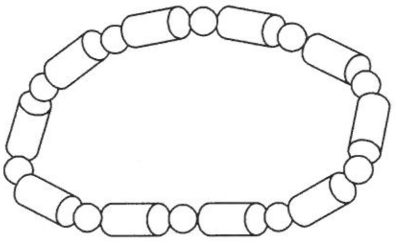
8.3.3 Bereken die koördinate van C. (4)

8.3.4 Die grafiek van h is konkaaf na onder vir $x < k$. Bereken die waarde van k. (3)

[22]

VRAAG 9

'n Halssnoer word gemaak deur 10 houtsfere en 10 houtsilinders te gebruik. Die radii, r, van die sfere en silinders is presies dieselfde. Die hoogte van elke silinder is h. Die houtsfere en -silinders moet geverf word. (Ignoreer die gate in die sfere en silinders.)



$V = \pi r^2 h$	$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 4\pi r^2$

9.1 Indien die volume van 'n silinder 6 cm^3 is, skryf h in terme van r. (1)

9.2 Dui aan dat die totale buite-oppervlakte (S) van al die geverfde oppervlaktes van die halssnoer gelyk is aan $S = 60\pi r^2 + \frac{120}{r}$ (4)

9.3 Bepaal die waarde van r sodat die minste hoeveelheid verf gebruik sal word. (4)

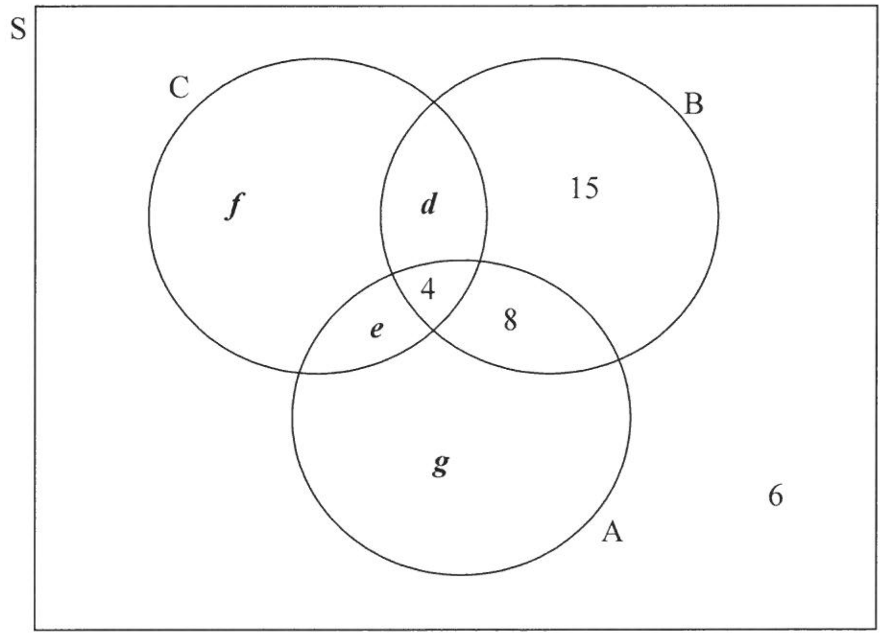
[9]

VRAAG 10

10.1 Navorsing is gedoen oor bestuur onder die invloed van alkohol. Inligting wat by die verkeersowerhede van 54 lande gekry is oor die metodes wat gebruik word om die alkoholvlak van 'n persoon te toets, is hieronder opgesom:

- 4 lande gebruik al drie metodes (A, B en C).
- 12 lande gebruik die alkoholinhoud van asem (A) en bloed-alkoholkonsentrasie (B).
- 9 lande gebruik bloed-alkoholkonsentrasie (B) en sertifikate uitgereik deur dokters (C).
- 8 lande gebruik die alkoholinhoud van asem (A) en sertifikate uitgereik deur dokters (C).
- 21 lande gebruik die alkoholinhoud van asem (A).
- 32 lande gebruik bloed-alkoholkonsentrasie (B).
- 20 lande gebruik sertifikate uitgereik deur dokters (C).
- 6 lande gebruik geeneen van hierdie metodes nie.

Hieronder is 'n gedeeltelik voltooide Venn-diagram wat die inligting hierbo voorstel.



10.1.1 Gebruik die gegewe inligting en die Venn-diagram om die waardes van d, e, f en g te bepaal. (4)

10.1.2 Vir 'n land wat ewekansig gekies is, bereken:

(a) P(A en B en C) (1)

(b) P(A of B of C) (1)

(c) P(slegs C) (1)

(d) P(dat 'n land presies twee metodes gebruik) (1)

10.2 Nametso mag DVD's uit drie kategorieë kies, soos in die tabel hieronder aangetoon.

Drama	Liefdesverhaal	Komedie
• *Last Hero* • *Midnight* • *Stranger Calls* • *Missing in Action* • *Only 40 Seconds Left*	• *One Heart* • *You and Me* • *Love Song* • *Bird's First Nest*	• *Laughing Dragon* • *Falling Down* • *Sitting on the Stairs*

10.2.1 Nametso moet EEN DVD uit die Drama-kategorie kies. Wat is die waarskynlikheid dat sy *Midnight* sal kies? (2)

10.2.2 Hoeveel verskillende keuses is moontlik indien haar keuse EEN drama, EEN liefdesverhaal en EEN komedie moet insluit? (2)

10.2.3 Bereken die waarskynlikheid dat *Last Hero* en *Laughing Dragon* deel van haar keuse in VRAAG 10.2.2 sal wees. (2)
[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}\ ; r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}\ ; \ -1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

oppervlakte $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou